

SIMULACIÓN NUMÉRICA DE TURBINAS FRANCIS: ALTERNATIVA EFICAZ

GILBERTO NARVÁEZ CARDONA

**UNIVERSIDAD AUTONOMA DE OCCIDENTE
FACULTAD DE INGENIERIA
DEPARTAMENTO DE ENERGETICA Y MECANICA
PROGRAMA DE INGENIERIA MECÁNICA
SANTIAGO DE CALI
2008**

SIMULACIÓN NUMÉRICA DE TURBINAS FRANCIS: ALTERNATIVA EFICAZ

GILBERTO NARVAEZ CARDONA

**Trabajo de Grado para optar el título de
Ingeniero Mecánico**

Directores

**SANTIAGO LAÍN B.,
PhD.**

**BRIAN QUINTERO A.,
Ingeniero Mecánico**

**UNIVERSIDAD AUTONOMA DE OCCIDENTE
FACULTAD DE INGENIERIA
DEPARTAMENTO DE ENERGETICA Y MECANICA
PROGRAMA DE INGENIERIA MECÁNICA
SANTIAGO DE CALI
2008**

Nota de aceptación

Aprobado por el Comité de Grado en cumplimiento de los requisitos exigidos por la Universidad Autónoma de Occidente para optar al título de Ingeniero Mecánico.

Ing. MAURICIO BARRERA

Jurado

ING. NESTOR A. PINCAY

Jurado

Santiago de Cali, 21 de Noviembre del 2008

En la realización de esta tesis quiero hacer un agradecimiento especial al Doctor y profesor Santiago Laín Beatove, ya que su aporte y colaboración como fuente de conocimiento y apoyo incondicional, hizo posible todo el desarrollo del mismo.

Quiero agradecer el apoyo y la constante fuerza de mi familia, que día a día me brindaba ánimo para seguir adelante. Mis hermanos que con el conocimiento previo de este tipo de proyectos me ayudaron a evitar y corregir errores de presentación con la mayor brevedad posible como fue en la redacción y la búsqueda de información. Y también para todos aquellos que hicieron parte del proceso, que estuvieron conmigo desde el principio del mismo, mi novia, amigos, compañeros y colegas, que aportaron tanto su conocimiento así como su experiencia y ánimo para la conclusión del trabajo.

CONTENIDO

	Pag.
RESUMEN	14
INTRODUCCION	15
1. OBJETIVOS	19
1.1 OBJETIVO GENERAL	19
1.2 OBJETIVOS ESPECÍFICOS	19
2. MARCO TEORICO	20
2.1 LA TURBINA FRANCIS	20
2.1.1 Velocidad Específica	22
2.1.2 Cavitación	24
2.2 ECUACIONES FUNDAMENTALES	25
2.2.1 Ecuaciones de Navier-Stokes	26
2.2.1.1 Ecuación de continuidad	26
2.2.1.2 Ecuación de conservación del momento lineal	27
2.2.1.3 Ecuación de conservación de la energía	30
2.2.2 Modelos de turbulencia	34
2.2.2.1 Ecuaciones de los métodos RANS	35
2.2.2.2 Modelo $k - \varepsilon$	36

2.2.2.3 Modelo $k - \omega$	40
2.2.2.4 Modelo SST	41
3. ESTADO DEL ARTE: SIMULACIÓN TURBOMÁQUINAS HIDRÁULICAS	42
4. SIMULACIÓN NUMÉRICA DE TURBINAS FRANCIS	48
4.1 TIPOS DE SIMULACIÓN: METODOLOGÍA Y CONDICIONES DE CONTORNO	48
4.1.1 Predicción de la curva característica	49
4.1.2 Análisis de pérdidas	50
4.1.3 Eficiencia	52
4.1.4 Estimación de la cavitación incipiente	53
4.1.5 Metodología simulaciones estacionarias	54
4.2 ASPECTOS NUMÉRICOS DE LAS SIMULACIONES DE TURBOMÁQUINAS	57
4.2.1 Método directo (<i>Frozen Rotor</i>)	59
4.2.2 Método del plano de mezcla (<i>Stage</i>)	59
4.2.3 Método de la malla deslizante (<i>Sliding mesh</i>)	59
4.3 CONTROL DE CALIDAD DE LA MALLA	59
5. ETAPAS EN LA SIMULACION NUMERICA DE UNA TURBINA FRANCIS	61
5.1 MODELADO GEOMÉTRICO Y MALLADO	61
5.1.1 Mallado carcasa espiral	63
5.1.2 Mallado de alabes móviles y rotor	68

5.1.3 Mallado del tubo de aspiración.	70
5.2 ETAPA DE PRE-PROCESO	71
5.3 ETAPA DE PROCESO	73
5.4 ETAPA DE POST-PROCESO Y VISUALIZACIÓN DE RESULTADOS	74
6. RESULTADOS	84
6.1 PREDICCIÓN DE LA CURVA CARACTERÍSTICA.	84
6.2 ANÁLISIS DE PÉRDIDAS.	86
6.3 ESTIMACIÓN DE LA CAVITACIÓN INCIPIENTE	90
7. CONCLUSIONES	93
BIBLIOGRAFIA	94
ANEXOS	95

LISTA DE TABLAS

	Pag.
Tabla 1. Comparación de los modelos $k - \omega$ y $k - \varepsilon$	41
Tabla 2. Control de calidad de la malla	60
Tabla 3. Valores de pérdida de energía para cada componente de la turbina para cada valor de caudal	88
Tabla 4. Valores de pérdida de energía para cada interfase en la turbina para cada caudal	89
Tabla 5. Valores κ mínimos para cada valor de caudal	90

LISTA DE FIGURAS

	Pag.
Figura 1. Malla computacional (izquierda) y distribución de presiones (derecha) alrededor de un rodete de una turbina Francis.	16
Figura 2. Simulación no estacionaria (izquierda) de la torcha que aparece a la salida del rotor de una turbina Francis (derecha) (Vu et al., 2004)	18
Figura 3. Turbina hidráulica tipo Francis	21
Figura 4. Tabla de Eficiencia vs. Velocidad Específica en diferentes tipos de turbina	24
Figura 5. Flujo másico que entra y sale de un elemento fluido	26
Figura 6. Esfuerzos superficiales sobre las caras de un elemento fluido	28
Figura 7. Vectores de flujo de calor de un elemento fluido	32
Figura 8. Mapa de distribución de la energía y las eficiencias en una turbina Francis (Adaptado del curso “Turbomachines Hydrauliques”, J.L. Kueny)	50
Figura 9. Condiciones de frontera para la simulación 1. Vista isométrica (izquierda) y en planta (derecha)	55
Figura 10. Condiciones de frontera para la simulación 2. Vista Isométrica (izquierda) y en planta (derecha)	56
Figura 11. Modelado del acoplo rotor-estator con el método “Frozen Rotor” (Gugau, 2004)	58

Figura 12. Gráfico de sensibilidad de la malla. Comparación entre el torque y el número de nodos	60
Figura 13. Geometría de la carcasa espiral. (lado izquierdo). Muestra de la presencia de la geometría de los alabes fijo (lado derecho)	62
Figura 14. Geometría del rotor y los alabes Móvil	62
Figura 15. Geometría del tubo de aspiración	63
Figura 16. Proceso de importación de archivos para mallado	64
Figura 17. Líneas de boceto de la geometría de la carcasa espiral	64
Figura 18. Definición de los dominios de la carcasa espiral	65
Figura 19. Selección del tamaño de los elementos en toda la geometría	65
Figura 20. Selección del tamaño de los elementos por cada dominio	66
Figura 21. Mallado de la carcasa espiral	67
Figura 22. Calidad de la malla (lado izquierdo) y el determinante (lado derecho)	67
Figura 23. Angulo máximo (lado izquierdo) y mínimo (lado derecho) de las partes de la malla	68
Figura 24. Malla del estator y el rotor	68
Figura 25. La calidad de la malla (lado izquierdo) y el determinante (lado derecho)	69

Figura 26. Y el ángulo máximo (lado izquierdo) y mínimo (lado derecho) de las partes de la malla	69
Figura 27. Mallado del tubo de aspiración	70
Figura 28. Y el ángulo máximo (lado izquierdo) y mínimo lado derecho) de las partes de la malla	70
Figura 29. La calidad de la malla (lado izquierdo) y el determinante (lado derecho)	71
Figura 30. Turbina Francis Completa. En el programa de simulación CFX	72
Figura 31. Declaración y definición de las interfases en la simulación	73
Figura 32. Evolución de los residuos de masa y momento	74
Figura 33. Representación de la turbina en el post-proceso	75
Figura 34. Herramientas para el análisis de resultados	75
Figura 35. Dibujo de un plano medio sobre la carcasa espiral	76
Figura 36. Resultados de presión sobre el plano dibujado	76
Figura 37. Resultados de velocidad sobre el plano dibujado	77
Figura 38. Resultados de velocidad sobre el plano dibujado, incluyendo las líneas de corriente	78
Figura 39. Parte 1 de la simulación. Carcasa espiral y estator	78

Figura 40. Parte 2 de la simulación. Estator, rotor y tubo de aspiración	79
Figura 41. Declaración de interfases. Estator – Rotor	80
Figura 42. Declaración de interfases. Rotor – Tube	81
Figura 43. Exportación de valores en la primera parte de la simulación en el post proceso	82
Figura 44. Importación de valores en la segunda parte de la simulación	83
Figura 45. Gráficos de resultados de los valores adimensionales ψ vs. ϕ	84
Figura 46. Gráfica de eficiencia frente a caudal	84
Figura 47. Gráfico de potencia vs. Caudal	85
Figura 48. Representación de la división de las partes de la turbina para el análisis de pérdidas	86
Figura 49. Gráfico de Perdidas en todos los elementos	88
Figura 50. Gráfico de pérdidas entre interfases	89
Figura 51. Representación de la variable κ con valor de 3.4, para un caudal de 1.22 m ³ /s	91
Figura 52. Representación var. κ con valor 3.4, para caudal 1.32 m ³ /s	91
Figura 53. Representación var. κ con valor 1.8, para caudal 1.32 m ³ /s	92

LISTA DE ANEXOS

	Pag.
Anexo A. Implementación de variables para el cálculo de potencia y pérdidas hidrodinámicas	95

RESUMEN

Este proyecto consiste en la simulación numérica de una turbina Francis.

Básicamente lo que se hizo fue a partir de unos planos de una turbina existente, se crea las geometrías en 3D con ayuda de algún programa CAD, para este caso se usó el Solid Edge. Cada uno de los componentes fue diseñado por aparte para luego crear con todos estos el ensamble en conjunto de la máquina.

De los componentes de esta turbina Francis (carcasa espiral, alabes directrices, rotor y tubo de aspiración) lo único que no estaba presente era el tubo de aspiración. Para poder tener la máquina completa se tomó el caso similar (condiciones de trabajo en relación al caudal y la cabeza) de una turbina que ya había sido analizada y se adaptó con las dimensiones adecuadas para que ensamblara con la mayor precisión posible en la turbina de este trabajo.

Una vez diseñada toda la turbina se pasa al mallado de las piezas, que también se realiza de forma independiente. Este es el proceso mas largo debido a la búsqueda precisa entre la fineza de la malla (número de nodos) y la capacidad de cálculo del ordenador.

Y por ultimo viene la parte de la simulación. Se usa el programa CFX se ensamblan las mallas de los componentes de la turbina, se crean las condiciones de contorno (caudal, presión, velocidad, etc.) en las cuales va a trabajar la turbina y se pone a correr el cálculo de la simulación.

Este proceso se hizo para diferentes valores de caudal con el fin de obtener como resultado el comportamiento de la turbina a través de la predicción de su curva característica, el cálculo de pérdidas y la presencia de cavitación en el sistema.

INTRODUCCION

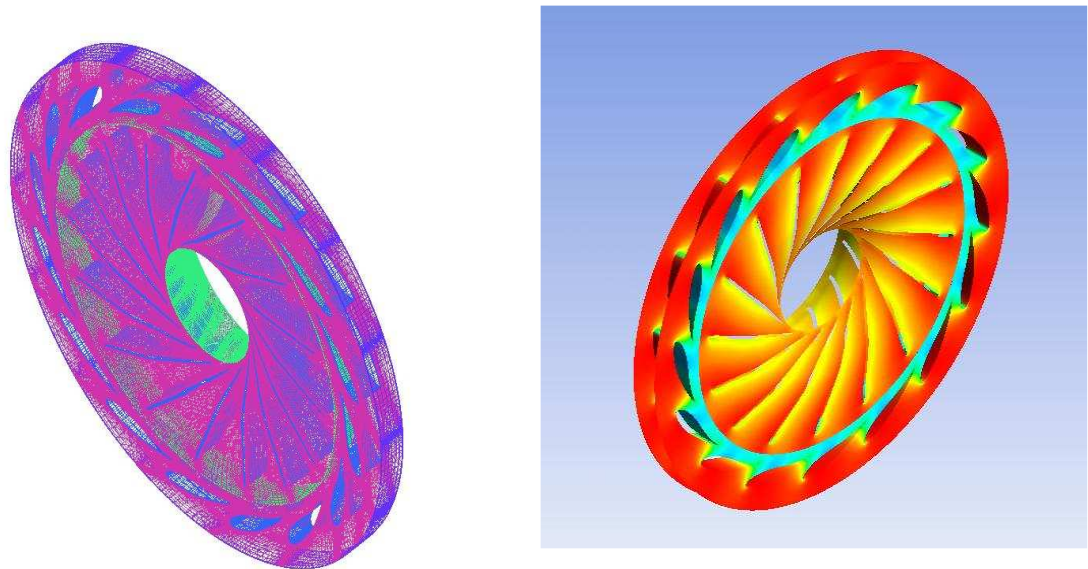
La energía hidroeléctrica se considera una fuente energética limpia y renovable ya que utiliza únicamente agua. Las máquinas que se usan para el aprovechamiento de esta fuente de energía son las turbinas hidráulicas, máquina que se construye desde hace mucho tiempo y su uso en nuestro país se remonta a comienzos del siglo XX. Por otro lado, debido a la abundancia de agua en Colombia, la creación de pequeñas centrales hidroeléctricas se ve incentivada, ya que existe una necesidad de generación de energía apoyada en factores como poco presupuesto para construcción, independencia de abastecimiento eléctrico, aprovechamiento de pequeños espacios naturales con alto potencial de caída de agua, además de generación de poca cantidad de flujo eléctrico. Tal es por ejemplo el proyecto de Consejo Nacional de Política Económica y Social (CONPES) en un proyecto llamado PCH (Pequeña central Hidroeléctrica), proyecto que arrancó en el 2001 y pretendía ser una interconexión entre Guapi y la costa pacífica. En el estudio hecho localmente se predijo que se obtendría el diseño definitivo de la PCH con capacidad de generación de 16 MW y de las redes de subtransmisión y distribución.

La tecnología de las turbinas hidráulicas ha alcanzado una gran madurez y la eficiencia máxima alcanza más del 95%. Sin embargo, alcanzar esta eficiencia es complejo ya que dichas máquinas usualmente son productos que se deben diseñar para unas condiciones locales determinadas, tales como la altura de salto (*head*) y el caudal o descarga, lo cual requiere un diseño específico para los diferentes componentes de la turbina. El proceso tradicional de diseño contempla experimentos, medidas y test de modelos, lo cual implica una gran inversión de tiempo y dinero. En los últimos 15 o 20 años, la simulación numérica o CFD (*Computational Fluid Dynamics*) se ha adoptado como un elemento más en el proceso de diseño y análisis de turbinas acortando significativamente los tiempos de desarrollo y ahorrando dinero.

Adicionalmente, en el sector hidroeléctrico, pequeñas mejoras en la geometría de los elementos rotantes de una turbina hidráulica pueden tener un gran efecto positivo desde el punto de vista de costos de mantenimiento y operación. Sin embargo, para que dichas mejoras puedan identificarse en los primeros momentos del proceso de diseño, se necesitan considerar todos y cada uno de los componentes e interacciones entre ellos. El proceso de optimización basado en la simulación consiste en un paquete de software de simulación avanzada acoplado con un entorno CAD, lo cual puede desempeñar un papel crítico en los diseños preliminares ayudando a detectar posibles problemas y a encontrar el camino más rápido para la optimización de la máquina.

El primer paso en cualquier modelo de CFD (*Computational fluid dynamics*) es crear una geometría que representa el objeto que va a ser modelado. Por consiguiente se debe generar una malla (Figura 1, izquierda) donde viven las celdas o volúmenes de control. Una vez que la malla está finalizada, se especifican las condiciones iniciales, de frontera y los valores de entrada y el software resuelve las ecuaciones de evolución de las variables fluidas para cada celda hasta que se obtiene una convergencia aceptable. Cuando el modelo ha sido resuelto los resultados pueden analizarse numérica y gráficamente (Figura 1, derecha).

Figura 1. Malla computacional (izquierda) y distribución de presiones (derecha) alrededor de un rodete de una turbina Francis.



Es necesario recalcar que el uso de CFD en el diseño y análisis de turbomáquinas ha sido ampliamente aceptado por las grandes compañías en las últimas dos décadas. Como muestra de ello, a continuación se citan textualmente los comentarios sobre el resultado de las simulaciones no estacionarias realizadas por GE Hydro publicada en la revista International Water Power and Dam Construction de julio 2005.

Comparison of the simulation predictions and physical measurements showed very good agreement. The numerically calculated static pressure fluctuations matched up well against the experimental data. The pressure fluctuation amplitude was well predicted at the runner outlet and its evolution in the cone was in good agreement with experimental data for all sensors' angular positions. The difference between

the experimental results and numerical predictions was less than 2.5% for mean pressure level, approximately the same as the measurement accuracy. The numerical mean velocity field also showed good agreement with the physical measurements. The phase average vector field shows only a small difference, being closer to the cone wall in the numerical simulation. The vorticity field, which shows the vortex position, was well predicted by the numerical calculations with a difference of 5% of the radius between the predicted position and the measured one. The vortex intensity is about 18% smaller in the numerical calculations. This difference can be explained by the relatively coarse mesh used for the draft tube geometry, especially in the draft tube cone region.

‘While vortex ropes have been simulated in the past, this is the first time that a simulation of a rotating rope has been compared to detailed experimental measurements, currently in cavitation-free conditions’ says Thi Vu, Senior Hydraulic Engineer for GE Energy. ‘The accuracy of the predictions for vortex global quantities, pressure pulsation amplitude and vortex frequency is very good. The quantitative analyses of mean velocity field, phase average velocity field, vorticity and vortex centre position also show good agreement.

‘These results confirm the use of CFX to simulate the vortex rope,’ continues Vu. ‘We are moving ahead to use this new method for the purpose of designing new hydroelectric turbines and troubleshooting problems with existing turbines. In particular, we are planning to take advantage of the parallel capabilities of CFX by utilising a larger number of faster processors to reduce solution times, preferably to less than 24 hours. Ansys CFX enables us to design turbines faster and for a wide range of operation, helping to make GE Energy more competitive in the market place.’¹

¹ Computational fluid dynamics software is being used by researchers to accurately simulate the position and pressure fluctuations of a draft tube rope in a hydro plant [en línea]. Reino Unido: Water Power And Dam Construction, 2005 [consultado 15 de Agosto de 2008]. Disponible en Internet: <http://www.waterpowermagazine.com/story.asp?storyCode=2029899>

Figura 2. Simulación no estacionaria (izquierda) de la torcha que aparece a la salida del rotor de una turbina Francis (derecha) (Vu et al., 2004).



Fuente: Computational fluid dynamics software is being used by researchers to accurately simulate the position and pressure fluctuations of a draft tube rope in a hydro plant [en línea]. Reino Unido: Water Power And Dam Construction, 2005 [consultado 15 de Agosto de 2008]. Disponible en Internet: <http://www.waterpowermagazine.com/story.asp?storyCode=2029899>

Siguiendo esta línea de razonamiento, el presente proyecto pretende determinar la curva característica y la eficiencia de una turbina Francis *virtual*, por medio de la simulación numérica a partir de software especializado en relación con sus parámetros de diseño. El software elegido es Ansys – CFX debido a su adecuación específica para el análisis computacional de turbomáquinas.

1. OBJETIVOS

1.1 OBJETIVO GENERAL

Determinar el funcionamiento y comportamiento de una turbina Francis por medio de la simulación numérica a partir de software especializado en relación con sus parámetros de diseño.

1.2 OBJETIVOS ESPECÍFICOS

- Realizar la simulación numérica del comportamiento del flujo en una turbina Francis y hallar los resultados de las diferentes variables a lo largo de sus componentes.
- Determinar los valores de potencia y eficiencia en cada uno de los puntos de operación de la turbina.
- Hallar la pérdida de energía entre los componentes.
- Determinar la cavitación incipiente en la turbina.

2. MARCO TEORICO

En este capítulo se hará una breve introducción de las generalidades de las turbinas Francis y se presentarán las ecuaciones de evolución de las variables fluidas, presión y velocidad, en conjunción con modelos de dos ecuaciones para describir el comportamiento turbulento del flujo.

2.1. LA TURBINA FRANCIS

Las turbinas hidráulicas aprovechan la energía de los saltos de agua para producir energía mecánica. Esencialmente poseen dos partes: el distribuidor y el rodete. Se pueden destacar tres tipos principales de turbinas hidráulicas:

- La rueda Pelton
- La turbina Francis
- La turbina de hélice o Kaplan

El tipo más conveniente dependerá en cada caso del salto de agua y de la potencia de la turbina. En términos generales:

- La rueda Pelton conviene para saltos grandes.
- La turbina Francis para saltos medianos.
- La turbina de hélice o turbina Kaplan para saltos pequeños.

Las turbinas Francis son turbinas de reacción de flujo radial y admisión total, muy utilizadas en saltos de altura media, equipadas con un distribuidor de alabes regulables y un rodete de alabes fijos. En las turbinas Francis rápidas la admisión sigue siendo radial, pero la salida tiende a ser axial. En estas turbinas el agua se desplaza como encauzada en una conducción forzada, pasando del distribuidor (fijo) al rodete (móvil) al que cede su energía, sin entrar, en ningún momento, en contacto con la atmósfera.

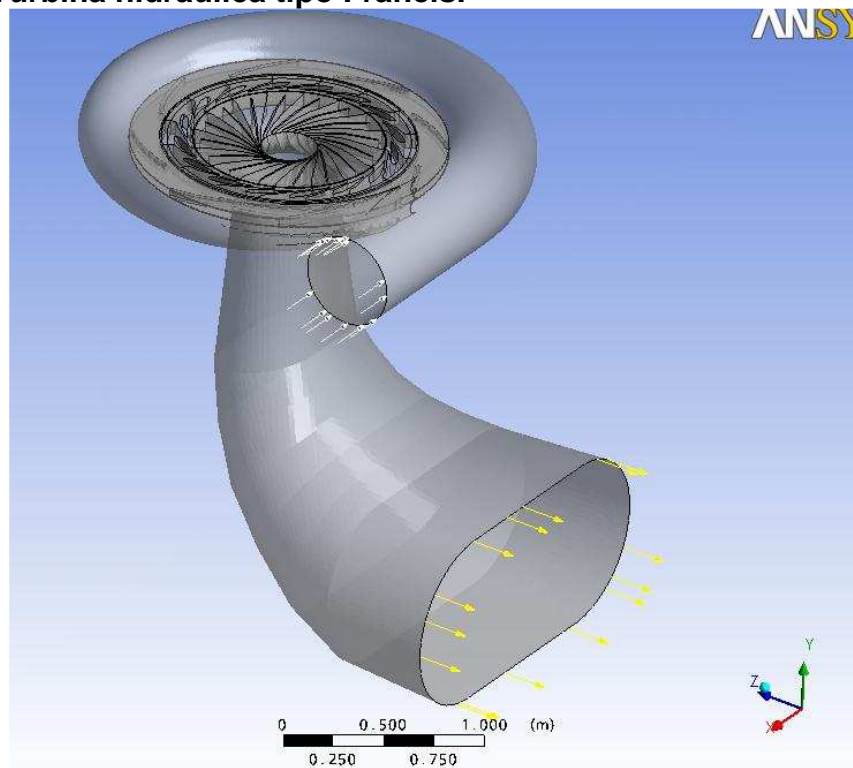
En general, las turbinas Francis están montadas sobre ejes verticales y son de una sola pieza. Después de pasar por el rodete, el agua cae a un difusor axial, con una expansión de no más allá de 10° . La misión de este tubo de aspiración es recuperar parte de la energía cinética contenida en el agua que abandona el

rodete a una velocidad elevada. Para disminuir la velocidad con que el agua llega al canal de descarga - la pérdida cinética es proporcional al cuadrado de la velocidad - se aumenta la sección de salida del difusor adoptando un perfil cónico. Además, este tipo de turbinas admiten una carga determinada para evitar la cavitación.

En las turbinas Francis los alabes móviles que regulan el caudal de agua que entra al rodete giran accionados mediante bielas accionadas por un anillo exterior que sincroniza su movimiento. Destaca la importancia de la carcasa espiral, en contraste con la envoltura de una Pelton.

La Figura 3 muestra el modelo geométrico de la turbina Francis considerada en este trabajo.

Figura 3. Turbina hidráulica tipo Francis.



La geometría de la turbina considerada corresponde en gran parte a la de una turbina en explotación en una de las centrales de la ciudad de Cali, desde aquí referida como turbina original. Se dispuso de los planos de todos los elementos de

la carcasa espiral, incluyendo los álabes fijos, los álabes móviles y el rotor. Sin embargo, estos planos no contenían la información geométrica del tubo de aspiración, por lo que su diseño se basó en uno existente de una turbina con características similares y se adaptó a las dimensiones de la turbina en cuestión. Por este motivo, la turbina considerada difiere de la original constituyendo su simulación numérica un problema académico. En este caso la aplicación de la metodología descrita en las secciones posteriores nos va a permitir caracterizar dicha turbina *virtual*, donde se espera una modificación de las curvas características respecto de la turbina original.

2.1.1 Velocidad específica. Para saber qué turbina es mejor elegir en un diseño, se deben conocer las velocidades específicas. La velocidad específica de una turbina es la velocidad en rpm. de otra turbina geoméricamente semejante a la anterior y de tales dimensiones que desarrolla una potencia de 1 (HP) bajo una altura de salto unidad (1 (pie)).

Sea una turbina cualquiera y otra turbina semejante geoméricamente con las características anteriormente señaladas.

Entonces se tiene que:

Potencia turbina:

$$P = \gamma Q H \quad (1)$$

Potencia turbina semejante: $P_s = \gamma Q_s H_s \quad (2)$

$$\Rightarrow \frac{P}{P_s} = \frac{Q H}{Q_s H_s} = \frac{A V_f H}{A_s V_{fs} H_s} \quad (3)$$

$$\Rightarrow \frac{P}{P_s} = \left(\frac{D}{D_s} \right)^2 \left(\frac{H}{H_s} \right)^{1/2} \frac{H}{H_s}$$

$$\therefore \frac{P}{D^2 H^{3/2}} = \frac{P_s}{D_s^2 H_s^{3/2}} \quad (4)$$

Pero, por semejanza dinámica, se tiene que:

$$\left(\frac{H}{H_s}\right)^{3/2} = \frac{D^3 n^3}{D_s^3 n_s^3} \quad (5)$$

Con: $V = \omega r = 2\pi D n$ (6)

Luego: $\frac{P}{D^5 n^3} = \frac{P_s}{D_s^5 n_s^3}$ (7)

Así, la velocidad específica estará dada por:

$$n_s^3 = n^3 \frac{P}{P_s} \frac{D^5}{D_s^5} \quad (8)$$

De la ecuación se puede despejar la relación entre los diámetros en función de las potencias y las alturas.

$$\left[\left(\frac{D}{D_s}\right)^2 = \frac{P}{P_s} \frac{H^{3/2}}{H_s^{3/2}} \Rightarrow \left(\frac{D}{D_s}\right)^5 = \left(\frac{P}{P_s}\right)^{5/2} \left(\frac{H}{H_s}\right)^{15/4}\right] \quad (9)$$

Reemplazando y ordenando, se encuentra que:

$$n_s = n \frac{P^{1/2} H_s^{5/4}}{P_s^{1/2} H^{5/4}} \quad (10)$$

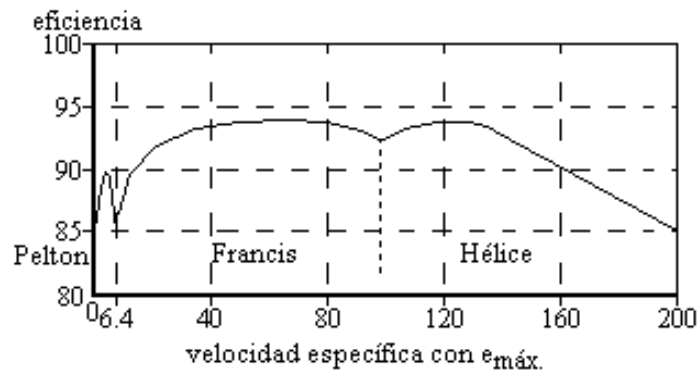
Como: $P_s = 1$ y $H_s = 1$, entonces:

$$n_s = n \frac{P^{1/2}}{H^{5/4}} \quad (11)$$

Las turbinas Francis se diseñan para velocidades específicas entre 6.4 y 100² y como se puede apreciar en el gráfico de la figura 4, presenta eficiencias mayores para velocidades específicas entre 40 y 80.

² Hidráulica En Contornos Cerrados [en línea]: Maquinaria Hidráulica. Concepción, Chile: Universidad Católica de la Santísima Concepción, 2005. [consultado 30 de Septiembre de 2008]. Disponible en Internet: www.ucsc.cl/~mvillagran/maquinaria%20Hidraulica.doc

Figura 4. Tabla de Eficiencia vs. Velocidad Específica en diferentes tipos de turbina.



Fuente: Hidráulica En Contornos Cerrados [en línea]: Maquinaria Hidráulica. Concepción, Chile: Universidad Católica de la Santísima Concepción, 2005. [consultado 30 de Septiembre de 2008]. Disponible en Internet: www.ucsc.cl/~mvillagran/maquinaria%20Hidraulica.doc

2.1.2 Cavitación. La cavitación es un fenómeno de particular influencia en el funcionamiento de toda maquina hidráulica. Consiste en la formación de un vacío en el agua, en la parte activa del rotor, produciendo una pérdida de eficiencia y fuertes vibraciones.

A diferencia de la ebullición, la cual puede ser causada por la introducción de calor o por una reducción de la presión estática ambiente del líquido, la cavitación es una vaporización local del líquido, inducido por una reducción hidrodinámica de la presión.

Las turbinas de reacción admiten una cierta carga para la cual no se produce cavitación, esta carga se puede determinar mediante el parámetro de cavitación, el cual es un valor experimental umbral para el cual se empieza a producir el fenómeno.

La forma usual de detectar la cavitación es mediante ruidos, vibraciones y pérdida de la eficiencia en las turbinas. Se define el número de cavitación o de Thoma para una turbina Francis como:

$$\sigma_c = \frac{\frac{P_{atm}}{\gamma} - \frac{P_w}{\gamma} - z_1}{h} \quad (12)$$

donde: z_1 : altura de aspiración.
 h : carga efectiva sobre la turbina.
 p_w : presión de vapor del agua.

2.2. ECUACIONES FUNDAMENTALES

El ingeniero francés Claude Navier y el matemático inglés George Stokes escribieron las ecuaciones básicas que describen el movimiento de un fluido, a las cuales se les conoce como “Ecuaciones de Navier-Stokes”. Estas ecuaciones expresan en el lenguaje del medio continuo las tres leyes de conservación básicas de la física: ecuación de continuidad o conservación de la masa, ecuación de conservación del momento y la ecuación de conservación de la energía.

La ecuación de continuidad se basa en la ley de conservación de la masa. Aplicado al concepto de movimiento de un fluido, significa que la tasa de variación de la masa en un volumen de control es equivalente a la diferencia de la masa que entra y sale a través de sus fronteras.

La ecuación de conservación del momento se deriva de la aplicación del concepto de la segunda ley de Newton a un fluido en movimiento. La ecuación del momento se expresa en términos de la presión y los esfuerzos debido a la viscosidad actuando sobre una partícula fluida. La tasa de variación del momento en una partícula fluida es la diferencia de las fuerzas totales debido a los esfuerzos de la superficie y las fuerzas volumétricas que actúan sobre ella.

La ecuación de conservación de la energía se basa en la primera ley de la termodinámica, es decir, el cambio de energía de una partícula fluida es la diferencia de entre el trabajo realizado sobre la partícula y el calor suministrado. La ecuación de la energía describe el transporte de la energía a través de un fluido y sus efectos.

Adicionalmente, el flujo en una turbina hidráulica es extremadamente complejo puesto que generalmente es turbulento, no estacionario, aparecen altos gradientes de presión, posiblemente bifásico agua – aire y altamente tridimensional (3D) con fuertes efectos de la rotación y la curvatura. Por consiguiente, la simulación numérica del flujo en una turbina Francis es sofisticada y en general requiere de la inclusión de un modelo de turbulencia para describir correctamente su dinámica.

2.2.1 Ecuaciones de Navier-Stokes. Combinando estos principios fundamentales, el movimiento de un fluido se describe mediante un conjunto de ecuaciones en derivadas parciales conocidas como las ecuaciones de Navier-Stokes. Estas ecuaciones son una representación matemática de las leyes de conservación de la física. Resolviendo estas ecuaciones, los campos de presión y velocidad pueden ser predichos para el fluido.

2.2.1.1 Ecuación de Continuidad. El primer paso para la derivación de la ecuación de conservación de la masa es escribir el balance másico para un volumen fluido.

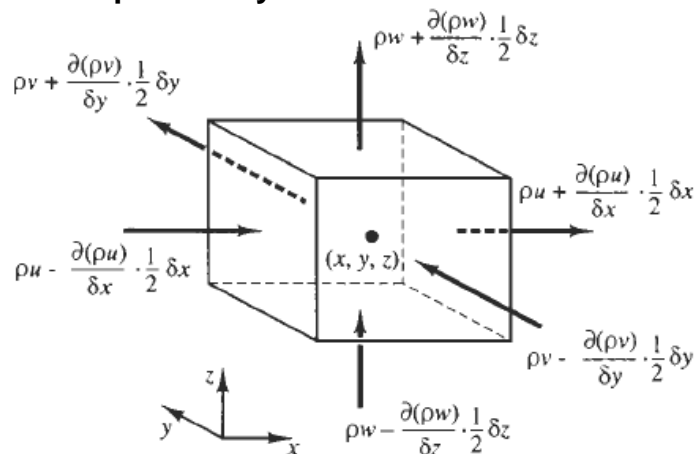
Tasa de variación masa elemento fluido = Tasa neta flujo másico elemento fluido

La tasa de variación de masa en el volumen fluido es:

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} \delta x \delta y \delta z . \quad (13)$$

El siguiente paso es analizar el cambio del flujo másico que cruza la cara del elemento fluido que viene dada por el producto de la densidad, el área y la velocidad normal a la cara. En la siguiente figura se puede analizar que el cambio neto del flujo másico que pasa a través de las fronteras del elemento fluido se escribe de la siguiente forma:

Figura 5. Flujo másico que entra y sale de un elemento fluido



Fuente: DUEÑAS GUTIERREZ, Leonard Efrén. Simulación numérica de flujo turbulento alrededor de objetos sumergidos. Trabajo de grado Ingeniero mecánico. Santiago de Cali: Universidad Autónoma de Occidente. Facultad de Ingeniería, 2008. p. 24.

$$\begin{aligned} & \left(\rho u - \frac{\partial(\rho u)}{\partial x} \frac{1}{2} \delta x \right) \delta y \delta z - \left(\rho u + \frac{\partial(\rho u)}{\partial x} \frac{1}{2} \delta x \right) \delta y \delta z + \left(\rho v - \frac{\partial(\rho v)}{\partial y} \frac{1}{2} \delta y \right) \delta x \delta z - \left(\rho v + \frac{\partial(\rho v)}{\partial y} \frac{1}{2} \delta y \right) \delta x \delta z \\ & + \left(\rho w - \frac{\partial(\rho w)}{\partial z} \frac{1}{2} \delta z \right) \delta x \delta y - \left(\rho w + \frac{\partial(\rho w)}{\partial z} \frac{1}{2} \delta z \right) \delta x \delta y \end{aligned} \quad (14)$$

La tasa de variación de la masa que se encuentra dentro del elemento se iguala a la tasa neta del flujo másico que cruza las fronteras del mismo. Acomodando todos los términos del resultado del balance másico a la izquierda de la ecuación nos queda

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \frac{\partial \rho u}{\partial x} + \frac{\partial \rho v}{\partial y} + \frac{\partial \rho w}{\partial z} = 0 \quad (15)$$

Asumiendo que el fluido es incompresible, la densidad ρ es constante y la ecuación se convierte en la siguiente:

$$\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} + \frac{\partial w}{\partial z} = 0 \quad (16)$$

la cual también se puede escribir de forma reducida en notación vectorial:

$$\text{div}(u) = 0 \quad (17)$$

2.2.1.2 Ecuación de Conservación del momento lineal. La segunda ley de Newton establece que el cambio del momento en un volumen fluido es igual a la suma de las fuerzas sobre dicho volumen

Tasa variación momento sobre partícula fluida = Suma de fuerzas sobre partícula fluida

La tasa de variación del momento en cada dirección por unidad de volumen de un volumen fluido viene dado de la siguiente forma en cada dirección coordenada:

$$\rho \frac{Du}{Dt}; \rho \frac{Dv}{Dt}; \rho \frac{Dw}{Dt} \quad (18)$$

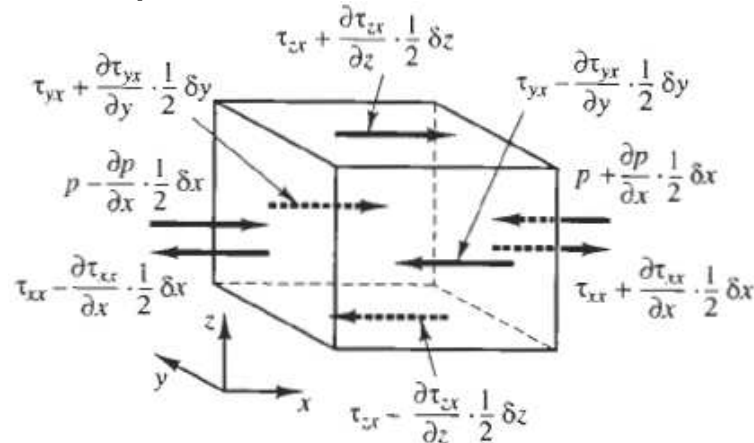
Sobre un volumen fluido se distinguen dos tipos de fuerzas:

- Fuerzas de superficie:

- Fuerza de presión
- Fuerzas viscosas
- Fuerzas volumétricas:
 - Fuerza gravitatoria
 - Fuerza Centrifuga
 - Fuerza de Coriolis
 - Fuerza electromagnética
 - etc.

El estado de esfuerzos sobre un volumen fluido está definido en términos de la presión y las nueve componentes del tensor de esfuerzos, mostrados en la figura 6. La presión que es un esfuerzo normal, se denota como p . Los esfuerzos se denotan como τ . La notación en subíndices τ_{ij} sirve para denotar la dirección del esfuerzo. El sufijo i y el j en τ_{ij} indican que la componente del esfuerzo actúa en la dirección- j en una superficie normal en la dirección- i .

Figura 6. Esfuerzos superficiales sobre las caras de un elemento fluido



Fuente: DUEÑAS GUTIERREZ, Leonard Efrén. Simulación numérica de flujo turbulento alrededor de objetos sumergidos. Trabajo de grado Ingeniero mecánico. Santiago de Cali: Universidad Autónoma de Occidente, Facultad de Ingeniería, 2008. p. 26

Primero se considera la componente x de las fuerzas debido a la presión p y los esfuerzos τ_{xx} , τ_{yx} y τ_{zx} . La magnitud de la fuerza resultante de un esfuerzo de superficie es el producto del esfuerzo y del área. Las fuerzas que actúan en sentido positivo del de un eje coordenado tienen signo positivo y si la fuerza va en sentido opuesto adquiere signo negativo. La fuerza neta en la dirección x es la suma de las componentes que actúan en esa dirección sobre el volumen fluido.

La fuerza neta en las caras Este y Oeste en dirección x (E y W), esta dada por:

$$\begin{aligned} & \left[\left(p - \frac{\partial p}{\partial x} \frac{1}{2} \delta x \right) - \left(\tau_{xx} - \frac{\partial \tau_{xx}}{\partial x} \frac{1}{2} \delta x \right) \right] \delta y \delta z + \left[- \left(p + \frac{\partial p}{\partial x} \frac{1}{2} \delta x \right) + \left(\tau_{xx} + \frac{\partial \tau_{xx}}{\partial x} \frac{1}{2} \delta x \right) \right] \delta y \delta z \\ & = \left(- \frac{\partial p}{\partial x} + \frac{\partial \tau_{xx}}{\partial x} \right) \delta x \delta y \delta z \end{aligned} \quad (19)$$

La fuerza neta sobre el eje x en las caras Norte y Sur (N y S) esta dada por:

$$- \left(\tau_{yx} - \frac{\partial \tau_{yx}}{\partial y} \frac{1}{2} \delta y \right) \delta x \delta z + \left(\tau_{yx} + \frac{\partial \tau_{yx}}{\partial y} \frac{1}{2} \delta y \right) \delta x \delta z = \frac{\partial \tau_{yx}}{\partial y} \delta x \delta y \delta z \quad (20)$$

y finalmente la fuerza neta en dirección x en las caras superior en inferior (T y B), esta dada por:

$$- \left(\tau_{zx} - \frac{\partial \tau_{zx}}{\partial z} \frac{1}{2} \delta z \right) \delta x \delta y + \left(\tau_{zx} + \frac{\partial \tau_{zx}}{\partial z} \frac{1}{2} \delta z \right) \delta x \delta y = \frac{\partial \tau_{zx}}{\partial z} \delta x \delta y \delta z \quad (21)$$

La fuerza total por unidad de volumen sobre el fluido debido a estos esfuerzos de superficie es igual a la suma de (19), (20), (21) y dividida por el volumen $\delta x \delta y \delta z$

$$\boxed{\frac{\partial(-p + \tau_{xx})}{\partial x} + \frac{\partial \tau_{yx}}{\partial y} + \frac{\partial \tau_{zx}}{\partial z}} \quad (22)$$

Pero a esta ecuación se le deben incluir los efectos de las fuerzas volumétricas como termino fuente S_{Mx} de la componente x del momento por unidad de volumen. La componente x de la ecuación del momento es el cambio del momento en el volumen fluido igualado a las fuerzas totales en la dirección x debido a los esfuerzos de superficie más la tasa de variación del momento en la componente x debido a las fuentes:

$$\rho \frac{Du}{Dt} = \frac{\partial(-p + \tau_{xx})}{\partial x} + \frac{\partial \tau_{yx}}{\partial y} + \frac{\partial \tau_{zx}}{\partial z} + S_{Mx} \quad (23)$$

Entonces se verifica que la componente y de la ecuación del momento para cada una de las componentes asi como en x , también en y y z , así:

Para y :

$$\rho \frac{Dv}{Dt} = \frac{\partial \tau_{xy}}{\partial x} + \frac{\partial(-p + \tau_{yy})}{\partial y} + \frac{\partial \tau_{zy}}{\partial z} + S_{My} \quad (24)$$

Y para z :

$$\rho \frac{Dw}{Dt} = \frac{\partial \tau_{xz}}{\partial x} + \frac{\partial \tau_{yz}}{\partial y} + \frac{\partial (-p + \tau_{zz})}{\partial z} + S_{Mz} \quad (25)$$

2.2.1.3 Ecuación de conservación de la energía. La ecuación de la energía se deriva de la primera ley de la termodinámica, la cual establece que la tasa de variación de la energía en un volumen fluido es igual a la tasa de la adición de calor sobre dicho volumen más la tasa de trabajo realizado sobre él.

Tasa variación trabajoenergía sobre partícula fluida = Tasa neta calor partícula + Tasa trabajo partícula

La tasa de incremento de la energía de una partícula por unidad de volumen esta dada por:

$$\rho \frac{DE}{Dt} \quad (26)$$

La tasa de trabajo neto realizado sobre el volumen fluido por una fuerza de superficie es igual al producto de la fuerza y la componente de la velocidad en la dirección de la fuerza. Las fuerzas dadas por las ecuaciones (19, 20, 21) actúan en la dirección x . El trabajo realizado por estas fuerzas esta dado por

$$\begin{aligned} & \left[\left(pu + \frac{\partial(pu)}{\partial x} \frac{1}{2} \delta x \right) - \left(\tau_{xx}u - \frac{\partial \tau_{xx}u}{\partial x} \frac{1}{2} \delta x \right) \right] \delta y \delta z + \left[- \left(\tau_{yx}u - \frac{\partial(\tau_{yx}u)}{\partial y} \frac{1}{2} \delta y \right) + \left(\tau_{yx}u + \frac{\partial \tau_{yx}u}{\partial y} \frac{1}{2} \delta y \right) \right] \delta x \delta z \\ & - \left[\left(pu + \frac{\partial(pu)}{\partial x} \frac{1}{2} \delta x \right) + \left(\tau_{xx}u + \frac{\partial(\tau_{xx}u)}{\partial x} \frac{1}{2} \delta x \right) \right] \delta y \delta z + \left[- \left(\tau_{zx}u - \frac{\partial(\tau_{zx}u)}{\partial z} \frac{1}{2} \delta z \right) + \left(\tau_{zx}u + \frac{\partial \tau_{zx}u}{\partial z} \frac{1}{2} \delta z \right) \right] \delta x \delta y \\ & + \left[- \left(\tau_{zx}u - \frac{\partial(\tau_{zx}u)}{\partial z} \frac{1}{2} \delta z \right) + \left(\tau_{zx}u + \frac{\partial \tau_{zx}u}{\partial z} \frac{1}{2} \delta z \right) \right] \delta x \delta y \end{aligned} \quad (27)$$

La tasa de trabajo neto realizado por estas fuerzas superficiales actuando en la dirección x esta dado por:

$$\left[\frac{\partial[u(-p + \tau_{xx})]}{\partial x} + \frac{\partial(u\tau_{yx})}{\partial y} + \frac{\partial(u\tau_{zx})}{\partial z} \right] \delta x \delta y \delta z \quad (28)$$

Las componentes de los esfuerzos de superficie en la dirección y y z también realizan trabajo sobre la partícula y se puede comprobar que siguiendo el proceso anterior se llega a las siguientes ecuaciones respectivamente:

$$\left[\frac{\partial(v\tau_{xy})}{\partial x} + \frac{\partial[v(-p + \tau_{yy})]}{\partial y} + \frac{\partial(v\tau_{zy})}{\partial z} \right] \delta x \delta y \delta z \quad (29)$$

y

$$\left[\frac{\partial(w\tau_{xz})}{\partial x} + \frac{\partial(w\tau_{yz})}{\partial y} + \frac{\partial[w(-p + \tau_{zz})]}{\partial z} \right] \delta x \delta y \delta z \quad (30)$$

La tasa total de trabajo realizado por unidad de volumen sobre la partícula fluida por todas las fuerzas superficiales esta dada por la suma de (28), (29), (30) dividido por el volumen $\delta x \delta y \delta z$. Los términos que contienen la presión se pueden agrupar y escribirse en forma vectorial:

$$-\frac{\partial(Up)}{\partial x} - \frac{\partial(vp)}{\partial y} - \frac{\partial(wp)}{\partial z} = \text{div}(pu) \quad (31)$$

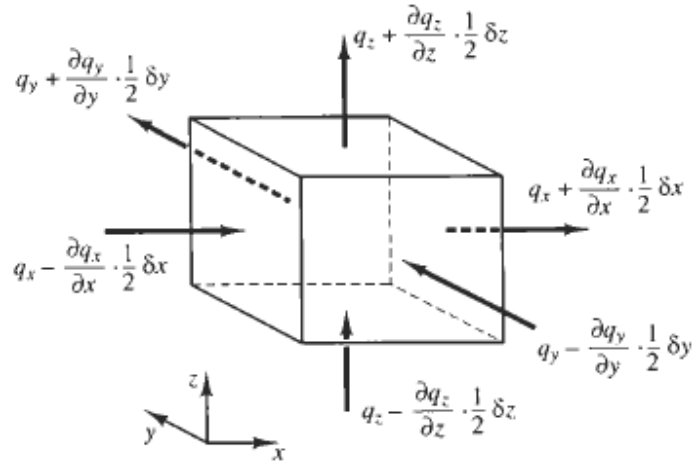
Esto conlleva la tasa total de trajo realizado sobre la partícula fluida por los esfuerzos superficiales:

$$[-\text{div}(\rho u)] + \left[\begin{aligned} &\frac{\partial(u\tau_{xx})}{\partial x} + \frac{\partial(u\tau_{yx})}{\partial y} + \frac{\partial(u\tau_{zx})}{\partial z} + \frac{\partial(v\tau_{xy})}{\partial x} + \frac{\partial(v\tau_{yy})}{\partial y} + \frac{\partial(v\tau_{zy})}{\partial z} \\ &+ \frac{\partial(w\tau_{xz})}{\partial x} + \frac{\partial(w\tau_{yz})}{\partial y} + \frac{\partial(w\tau_{zz})}{\partial z} \end{aligned} \right] \quad (32)$$

- Flujo de energía debido a la conducción de calor

El vector de flujo de calor tiene tres componentes q_x , q_y y q_z :

Figura 7. Vectores de flujo de calor de un elemento fluido



Fuente: DUEÑAS GUTIERREZ, Leonard Efrén. Simulación numérica de flujo turbulento alrededor de objetos sumergidos. Trabajo de grado Ingeniero mecánico. Santiago de Cali: Universidad Autónoma de Occidente, Facultad de Ingeniería, 2008. p. 31

La tasa de transferencia neta de calor hacia un volumen fluido debido al flujo de calor en la dirección x esta dada por la diferencia entre la tasa de calor impuesta sobre la cara Oeste (W) y la tasa de calor perdida en la cara Este (E):

$$\left[\left(q_x - \frac{\partial q_x}{\partial x} \frac{1}{2} \delta x \right) - \left(q_x + \frac{\partial q_x}{\partial x} \frac{1}{2} \delta x \right) \right] \delta y \delta z = -\frac{\partial q_x}{\partial x} \delta x \delta y \delta z \quad (33)$$

De manera similar la tasa neta de transferencia de calor hacia el fluido debido al flujo de calor en la dirección y y z

$$-\frac{\partial q_y}{\partial y} \delta x \delta y \delta z \quad \text{y} \quad -\frac{\partial q_z}{\partial z} \delta x \delta y \delta z \quad (34 \text{ a-b})$$

La tasa total de calor adicionado al volumen fluido por unidad de volumen debido al flujo de calor a través de las fronteras es la suma de las ecuaciones (33), (34 a-b) divididas por el volumen $\delta x \delta y \delta z$:

$$\boxed{-\frac{\partial q_x}{\partial x} - \frac{\partial q_y}{\partial y} - \frac{\partial q_z}{\partial z} = -\text{div} q} \quad (35)$$

La ley de Fourier de la conducción de calor relaciona el flujo de calor con el gradiente local de temperatura de la siguiente forma:

$$q_x = -k \frac{\partial T}{\partial x} \quad q_y = -k \frac{\partial T}{\partial y} \quad q_z = -k \frac{\partial T}{\partial z}$$

lo cual también se puede escribir en forma vectorial:

$$q = -k \text{grad} T \quad (36)$$

Combinando las ecuaciones (35) y (36) se puede escribir la forma final de la tasa de adicción de calor sobre una partícula fluida debido a la conducción de calor:

$$- \text{div} q = \text{div}(k \text{grad} T) \quad (37)$$

Se ha denotado la energía específica en un fluido como E . La energía de un fluido esta definida como la suma de la energía (térmica) interna i , energía cinética $\frac{1}{2}(u^2 + v^2 + w^2)$, y energía potencial gravitacional. Para la energía también se debe definir un término fuente S_E por unidad de volumen por unidad de tiempo.

La ecuación de conservación de la energía en un volumen fluido establece la igualdad entre la tasa del cambio de la energía en el volumen y la suma del trabajo neto realizado sobre el volumen, la tasa neta de adicción de calor y la tasa de variación de energía debido a las fuentes. La ecuación de la energía se escribe entonces de la siguiente forma:

$$\rho \frac{DE}{Dt} = -\text{div}(pu) + \left[\begin{aligned} &\frac{\partial(u\tau_{xx})}{\partial x} + \frac{\partial(u\tau_{yx})}{\partial y} + \frac{\partial(u\tau_{zx})}{\partial z} \\ &+ \frac{\partial(v\tau_{xy})}{\partial x} + \frac{\partial(v\tau_{yy})}{\partial y} + \frac{\partial(v\tau_{zy})}{\partial z} \\ &+ \frac{\partial(w\tau_{xz})}{\partial x} + \frac{\partial(w\tau_{yz})}{\partial y} + \frac{\partial(w\tau_{zz})}{\partial z} \end{aligned} \right] + \text{div}(k \text{grad} T) + S_E \quad (38)$$

Es común extraer el cambio de la energía cinética mecánica para obtener una ecuación para la energía interna i ó para la temperatura T . La parte de la ecuación de la energía que se atribuye a la energía cinética puede encontrarse multiplicando la componente x de la ecuación de momento (23) por la componente u de la velocidad, la ecuación del momento en y (24) por v y la ecuación de momento en z (25) por w , luego se suman y se acoplan para obtener la ecuación mostrada a continuación:

$$\rho \frac{D \left[\frac{1}{2} (u^2 + v^2 + w^2) \right]}{Dt} = -u \cdot \text{grad} p + u \left(\frac{\partial \tau_{xx}}{\partial x} + \frac{\partial \tau_{yx}}{\partial y} + \frac{\partial \tau_{zx}}{\partial z} \right) + v \left(\frac{\partial \tau_{xy}}{\partial x} + \frac{\partial \tau_{yy}}{\partial y} + \frac{\partial \tau_{zy}}{\partial z} \right) + w \left(\frac{\partial \tau_{xz}}{\partial x} + \frac{\partial \tau_{yz}}{\partial y} + \frac{\partial \tau_{zz}}{\partial z} \right) + u \cdot S_M \quad (39)$$

Sustrayendo la ecuación (38) de la ecuación (39) y definiendo un nuevo termino fuente como $S_i = S_E - u \cdot S_M$ se llega a la ecuación de la **energía interna**:

$$\rho \frac{Di}{Dt} = -p \text{div} u + \text{div}(k \text{grad} T) + \tau_{xx} \frac{\partial u}{\partial x} + \tau_{yx} \frac{\partial u}{\partial y} + \tau_{zx} \frac{\partial u}{\partial z} + \tau_{xy} \frac{\partial v}{\partial x} + \tau_{yy} \frac{\partial v}{\partial y} + \tau_{zy} \frac{\partial v}{\partial z} + \tau_{xz} \frac{\partial w}{\partial x} + \tau_{yz} \frac{\partial w}{\partial y} + \tau_{zz} \frac{\partial w}{\partial z} + S_i \quad (40)$$

Para un fluido incompresible se tiene que $i = cT$ donde c es el calor especifico a volumen constante y $\text{div} u = 0$, esto convierte la ecuación anterior en una **ecuación para la temperatura** en la siguiente forma:

$$\rho c \frac{DT}{Dt} = \text{div}(k \text{grad} T) + \tau_{xx} \frac{\partial u}{\partial x} + \tau_{yx} \frac{\partial u}{\partial y} + \tau_{zx} \frac{\partial u}{\partial z} + \tau_{xy} \frac{\partial v}{\partial x} + \tau_{yy} \frac{\partial v}{\partial y} + \tau_{zy} \frac{\partial v}{\partial z} + \tau_{xz} \frac{\partial w}{\partial x} + \tau_{yz} \frac{\partial w}{\partial y} + \tau_{zz} \frac{\partial w}{\partial z} + S_i \quad (41)$$

2.2.2 Modelos de turbulencia. Un fluido en movimiento puede ser laminar o turbulento dependiendo del número adimensional de Reynolds. En la naturaleza la mayoría de los fluidos en movimiento son turbulentos. Las variables en un flujo turbulento experimentan tanto variaciones temporales como espaciales muy rápidas. El flujo turbulento se caracteriza por su irregularidad, tridimensionalidad y naturaleza disipativa.

El flujo turbulento contiene zonas con vórtices de diferentes tamaños. Los vórtices de grandes escalas son los responsables de transportar la energía y transferir momentum en un fluido. Por otro lado en los vórtices de menores escalas es donde ocurre la disipación de la energía. Los vórtices de grandes escalas extraen

energía del flujo y la transfieren a los vórtices de menores escalas, donde la energía es disipada en forma de calor debido a la viscosidad.

La turbulencia y sus efectos en el flujo de fluidos son un problema primordial para la gran mayoría de las aplicaciones de ingeniería.

Los modelos matemáticos utilizados para describir la turbulencia, o simplemente modelos de turbulencia, utilizan relaciones adicionales para expresar ciertas cantidades que aparecen en las ecuaciones de Navier Stokes promediadas temporalmente. En particular se necesitan expresiones para el término conocido como esfuerzos de Reynolds en las ecuaciones de conservación del momentum.

Para que un modelo de turbulencia sea útil para cierta aplicación de CFD debe ser preciso, sencillo y económico para poderlo ejecutar. Los modelos clásicos de turbulencia están basados en el promedio temporal (o de Reynolds) de las ecuaciones de Navier-Stokes (RANS) y se clasifican en:

- Modelo de longitud de mezcla
- Modelo $k - \varepsilon$
- Modelo de los Esfuerzos de Reynolds
- Modelo algebraico de los esfuerzos.

2.2.2.1 Ecuaciones de los métodos RANS. La aproximación tipo RANS es conocida en ingles como Reynolds Averaged Navier-Stokes, lo cual traduce, ecuaciones de Navier-Stokes promediadas temporalmente.

Las variables del flujo instantáneas, en particular la velocidad, se separan en dos componentes: promedio y fluctuante

$$U = \bar{U} + u' \quad (42)$$

La componente de velocidad promedio se define como:

$$\bar{U} = \frac{1}{T} \int_0^T U dt \quad (43)$$

donde T es la escala temporal de promediado, usualmente grande comparada con la escala temporal de fluctuación turbulenta. La componente fluctuante se suele denotar por una prima.

Sustituyendo en la ecuación de momento, se obtienen las ecuaciones promediadas de Navier-Stokes,

$$\frac{\partial \bar{u}_i}{\partial t} + \bar{u}_i \frac{\partial \bar{u}_i}{\partial x_j} = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial \bar{p}}{\partial x_i} + \frac{\partial}{\partial x_j} \left(\nu \frac{\partial \bar{u}_i}{\partial x_j} - \overline{u_i u_j} \right) \quad (44)$$

donde ρ, p, ν , representan la densidad, la presión y la viscosidad cinemática del fluido respectivamente.

Las ecuaciones promediadas de Navier-Stokes presentan el término desconocido $\overline{u_i u_j}$, el cual es la correlación entre las componentes de fluctuación de la velocidad y se le conoce como el término de los esfuerzos de Reynolds. La existencia de los esfuerzos de Reynolds implica que se deben hacer suposiciones sobre su estructura para dar solución al problema turbulento.

Los modelos RANS han sido desarrollados en base al concepto de que la escala de velocidad y la escala de longitud son suficientes para describir el efecto de la turbulencia del flujo. En instancias iniciales el modelo de turbulencia utilizado era el modelo de viscosidad turbulenta el cual realiza una estimación de las escalas de velocidad y longitud del flujo por medio de los valores locales. Esto se lleva a cabo relacionando la viscosidad turbulenta con el gradiente de velocidad del flujo. Pero este simple modelo isótropo no simula bien los flujos de mayor complejidad.

Los modelos clásicos de dos ecuaciones como el $k - \varepsilon$ son actualmente los más utilizados. Estos se basan en la presunción de que existe una analogía entre la acción de los esfuerzos viscosos y los esfuerzos de Reynolds en el flujo.

2.2.2.2 Modelo $k - \varepsilon$ Este modelo de turbulencia se centra básicamente en el mecanismo que afecta directamente la energía turbulenta. Algunos términos preliminares se deben tener en cuenta. La energía cinética instantánea $k_{(t)}$ de un

flujo turbulento es la suma de la energía cinética promedio $K = \frac{1}{2}(U^2 + V^2 + W^2)$ y la energía cinética turbulenta $k = \frac{1}{2}(\overline{u'^2} + \overline{v'^2} + \overline{w'^2})$:

$$k_{(t)} = K + k \quad (45)$$

- Ecuación para la energía cinética promedio K del flujo

$$\underbrace{\frac{\partial(\rho K)}{\partial t}}_I + \underbrace{div(\rho K U)}_{II} = \underbrace{div(-PU)}_{III} + \underbrace{2\mu U E_{ij}}_{IV} - \underbrace{\rho U \overline{u'_i u'_j}}_{V} - \underbrace{2\mu E_{ij} \cdot E_{ij}}_{VI} + \underbrace{\rho \overline{u'_i u'_j} \cdot E_{ij}}_{VII} \quad (46)$$

El significado de cada uno de los términos anteriormente escritos es el siguiente:

Tasa de cambio K + Transporte K por convección	=	Transporte de K por la presión - Tasa de disipación de K	+	Transporte de K por los esfuerzos cortantes + Producción de turbulencia	+	Trasporte de K por esfuerzos de Reynolds
--	---	---	---	--	---	--

Los términos de transporte (III), (IV) y (V) se caracterizan por la aparición del operador div . El efecto de los esfuerzos viscosos sobre K ha sido divididos en dos partes, el termino (IV), el transporte de K por los esfuerzos viscosos y el termino (VI) es la disipación viscosa de la energía cinética K . Los dos términos que contienen los esfuerzos de Reynolds $-\rho \overline{u'_i u'_j}$ se deben a los efectos turbulentos: el termino (V) es el transporte turbulento de K debido a los esfuerzos de Reynolds y el termino (VII) es la producción turbulenta de K debido al trabajo de deformación debido a los esfuerzos de Reynolds. Para números de Reynolds altos los términos turbulentos (V) y (VII) son mucho mayores que las contribuciones viscosas (IV) y (VI).

- Ecuación para la energía cinética turbulenta k

$$\underbrace{\frac{\partial(\rho k)}{\partial t}}_I + \underbrace{div(\rho k u)}_{II} = \underbrace{-\overline{\rho u'}}_{III} + \underbrace{2\mu \overline{u' e'_{ij}}}_{IV} - \underbrace{\rho \frac{1}{2} \overline{u'_i u'_j u'_j}}_{V} - \underbrace{2\mu \overline{e'_{ij}} \cdot \overline{e'_{ij}}}_{VI} - \underbrace{\rho \overline{u'_i u'_j} \cdot \overline{E'_{ij}}}_{VII} \quad (47)$$

El significado de cada uno de los términos anteriormente escritos es el siguiente:

Tasa de cambio K + Transporte K por convección	=	Transporte de K por la presión – Tasa de disipación de K	+	Transporte de K por los esfuerzos cortantes + Producción de turbulencia	+	Trasporte de K por esfuerzos de Reynolds
--	---	---	---	--	---	--

La ecuación (46) y (47) parecen muy similares en muchos aspectos, a pesar que los términos cuantitativos del lado derecha de la ecuación muestran que el cambio de la energía cinética turbulenta viene determinado por las interacciones turbulentas. El termino (VII) en ambas ecuaciones es igual en magnitud, pero opuesto en signo. En dos dimensiones se encontró que solo las capas de mezcla presentaban esfuerzos significativos de Reynolds $-\rho \overline{u'v'}$ positivos si el gradiente de velocidad $\frac{\partial U}{\partial y}$ es negativo. El termino (VII) proporciona una contribución positiva en la ecuación k y representa un termino de producción. En la ecuación para K representa una destrucción de la energía cinética. Esto expresa matemáticamente la transferencia de la energía cinética promedio a energía cinética turbulenta.

El termino (VI) es la disipación debido a la viscosidad

$$-2\mu \overline{e'_{ij}.e'_{ij}} = -2\mu (\overline{e'^2_{11}} + \overline{e'^2_{22}} + \overline{e'^2_{33}} + \overline{e'^2_{12}} + \overline{e'^2_{13}} + \overline{e'^2_{23}}) \quad (48)$$

y proporciona una contribución negativa a la ecuación debido a la aparición de la suma de cuadrados de la tasa de deformación fluctuante e'_{ij} . La disipación de la energía cinética turbulenta es debida al trabajo realizado por los vórtices de pequeñas escalas sobre los esfuerzos viscosos. La tasa de disipación por unidad de masa, cuyas dimensiones son $\frac{m^2}{s^3}$ es de vital importancia para el estudio de la dinámica turbulenta y se denota como:

$$\varepsilon = 2\nu \overline{e'_{ij}.e'_{ij}} \quad (48)$$

Este es el término de destrucción en la ecuación de la energía cinética turbulenta, el cual es de un orden de magnitud similar al término de producción. En contraste, cuando se tiene un número de Reynolds alto el término de transporte viscoso (IV) en la ecuación (47) es siempre mucho más pequeño comparado con el término de disipación turbulenta (VI).

Es posible desarrollar una ecuación de transporte similar para todas las otras variables turbulentas incluyendo la tasa de la disipación viscosa ε . La ecuación ε contiene términos desconocidos y que son difícilmente medibles.

La ecuación estándar para el modelo $k - \varepsilon$, tiene dos ecuaciones modelo, una para k y otra para ε .

Se usa k para definir el valor de la escala de la velocidad, ϑ , y ε para el valor de la escala de longitud, ℓ respectivamente, representando la mayor escala de la turbulencia, de la siguiente forma:

$$\vartheta = k^{1/2} \quad \ell = \frac{k^{3/2}}{\varepsilon} \quad (49 \text{ a-b})$$

La viscosidad turbulenta se escribe de la siguiente forma:

$$\mu_t = C\rho\vartheta\ell = \rho C_\mu \frac{k^2}{\varepsilon} \quad (50)$$

donde C_μ es una constante adimensional.

El modelo estándar $k - \varepsilon$, utiliza las siguientes ecuaciones de transporte:

$$\frac{\partial(\rho k)}{\partial t} + \text{div}(\rho k U) = \text{div} \left[\frac{\mu_t}{\sigma_k} \text{grad}(k) \right] + 2\mu_t E_{ij} \cdot E_{ij} - \rho \varepsilon \quad (51)$$

$$\frac{\partial(\rho \varepsilon)}{\partial t} + \text{div}(\rho \varepsilon U) = \text{div} \left[\frac{\mu_t}{\sigma_\varepsilon} \text{grad}(\varepsilon) \right] + C_{1\varepsilon} \frac{\varepsilon}{k} 2\mu_t E_{ij} \cdot E_{ij} - C_{2\varepsilon} \rho \frac{\varepsilon^2}{k} \quad (52)$$

En otros términos el significado de las ecuaciones es el siguiente:

Tasa de cambio de k o ε + Transporte de k o ε por convección	=	Transporte de k o ε por difusión	+	Tasa de producción de k o ε	-	Tasa de destrucción de k o ε
---	---	--	---	---	---	---

El modelo $k - \varepsilon$, contiene cinco constantes $C_\mu, \sigma_k, \sigma_\varepsilon, C_{1\varepsilon}, C_{2\varepsilon}$ las cuales han sido ajustadas frente a datos experimentales y toman los siguientes valores:

$$C_\mu = 0.09; \sigma_k = 1.00; \sigma_\varepsilon = 1.30; C_{1\varepsilon} = 1.44; C_{2\varepsilon} = 1.92$$

2.2.2.3 Modelo $k - \omega$. El modelo $k - \omega$ se propuso como alternativa a la deficiencia que tiene el modelo $k - \varepsilon$ para simular el flujo cerca de las paredes. El modelo $k - \omega$ es similar en su estructura al modelo $k - \varepsilon$ pero la variable ε es remplazada por la tasa de disipación por unidad de energía cinética, ω . La ecuación para k en el modelo $k - \omega$ se escribe de la siguiente forma:

$$\frac{\partial(\rho k)}{\partial t} + U_i \frac{\partial(\rho U_j k)}{\partial x_j} = \frac{\partial}{\partial x_j} \left(\frac{\mu_t}{\sigma_\varepsilon} \frac{\partial k}{\partial x_j} \right) + \mu_t \frac{\partial U_i}{\partial x_j} \left(\frac{\partial U_i}{\partial x_j} + \frac{\partial U_i}{\partial x_i} \right) \frac{\partial U_i}{\partial x_j} - \rho k \omega \quad (53)$$

y la ecuación para ω es:

$$\frac{\partial(\rho \omega)}{\partial t} + U_i \frac{\partial(\rho U_j \omega)}{\partial x_j} = \frac{\partial}{\partial x_j} \left(\frac{\mu_t}{\sigma_\omega} \frac{\partial \omega}{\partial x_j} \right) + \alpha \frac{\omega}{k} \mu_t \frac{\partial U_i}{\partial x_j} \left(\frac{\partial U_i}{\partial x_j} + \frac{\partial U_i}{\partial x_i} \right) - \beta \rho \omega^2 \quad (54)$$

El reemplazo de la variable ω proporciona un mejor tratamiento en la solución cercana las paredes. Cerca de las paredes la capa límite se ve afectada por la naturaleza viscosa del fluido. Por esta razón se requiere que la malla sea suficientemente fina para poder resolver el flujo. El modelo $k - \varepsilon$ requiere una malla lo suficiente fina en las paredes y emplea una formula empírica para predecir el comportamiento del flujo. En la formulación del modelo $k - \omega$ el flujo cercano a las paredes se resuelve directamente a través de la integración de la ecuación para ω . La ventaja del modelo $k - \omega$ comparado con el modelo $k - \varepsilon$ es que la ecuación ω es más robusta y fácil de integrar comparada con la ecuación para ε sin necesidad de utilizar otras funciones. Wilcox (2002) realizó un estudio del comportamiento de ambos modelos en la predicción de la longitud de recirculación del flujo. El modelo $k - \omega$ obtuvo una muy buena comparación con los datos experimentales mientras que el modelo $k - \varepsilon$ mostró una longitud de recirculación del flujo mucho más corta.

Ambos modelos el $k - \varepsilon$ y el $k - \omega$ han sido probados en varias configuraciones de flujo (Liaw, 2005). El comportamiento de los modelos en diferentes regiones se resume en el siguiente cuadro (Tabla 1).

Tabla 1. Comparación de los modelos $k - \omega$ y $k - \varepsilon$

	Modelo $k - \omega$	Modelo $k - \varepsilon$
Subcapa laminar	Robusto Exactitud Simple	Rígido Menos exactitud Complejidad
Capa logarítmica	Exactitud	Escalas de longitud muy grandes
Flujo libre	No exacto en regiones cercanas a capas de mezcla	Bien definido

2.2.2.4 Modelo SST. El modelo SST hace referencia a sus siglas en ingles Shear Stress Transport y traduce transporte de esfuerzos cortantes.

Para solucionar el problema de la insuficiente exactitud en la descripción del flujo libre para el modelo $k - \omega$ y para mejorar el comportamiento cerca de las paredes del modelo $k - \varepsilon$, Menter (1994) introdujo el modelo SST, el cual combina los aspectos positivos de ambos modelos. La idea es emplear el modelo $k - \omega$ en las regiones adyacentes a las paredes y el modelo $k - \varepsilon$ en regiones por fuera de las paredes y de la capa límite. Para ello el modelo $k - \omega$ se multiplica por una función F_1 y el modelo $k - \varepsilon$ por $(1 - F_1)$, por lo cual se tiene que en las regiones cercanas a las paredes F_1 tiene un valor de 1 y se convierte en 0 en el flujo libre donde se recupera el modelo $k - \varepsilon$.

El modelo SST además cuenta con la característica de transportar los esfuerzos cortantes turbulentos que se encuentran dentro de la capa límite modificando la función de viscosidad turbulenta. El propósito es mejorar el nivel de exactitud en la predicción de flujos con gradientes de presión adversos, así como flujos con presión inducida para la separación de la capa límite. El modelo SST se ha mostrado mucho mejor para describir la separación del flujo comparada con los modelos $k - \omega$ y $k - \varepsilon$.

Los modelos de dos ecuaciones muestran un desempeño entre complejidad y nivel de exactitud por encima de los otros modelos RANS, pero su aplicación se restringe solo a aplicaciones en estado estacionario. La solución muestra bien las características de eficiencia computacional y capacidad para poder predecir el comportamiento del flujo mostrando los vórtices generados.

3. ESTADO DEL ARTE: SIMULACIÓN TURBOMÁQUINAS HIDRÁULICAS

En el caso de las turbomáquinas hidráulicas se puede decir que los métodos de predicción teóricos y los procesos descritos en la literatura (Traupel, 1977; Pfeleiderer, 1991; Stoffel, 2000) conducen a relativamente buenos resultados. Con un tratamiento unidimensional y el uso de hipótesis empíricas para las pérdidas, se pueden simular las condiciones de funcionamiento de la máquina con suficiente exactitud (Patel, 1981; Lauer, 1994). Para predecir con mayor exactitud el flujo tridimensional en el rotor se requiere aplicar métodos potenciales, los cuales desprecian la fricción, con un campo de velocidades irrotacional fijado. El método descrito en Wu (1952) posibilita el uso de un esquema Euleriano cuasi-3D superponiendo varios planos de flujo meridional y transversal. Una simplificación de ese método propuesta por Schilling (1991), suponiendo simetría rotacional, utiliza tan solo una superficie de flujo meridional representativa.

Las ecuaciones de Euler 3D permiten calcular con cierta precisión el flujo en una turbomáquina incluso aunque en éste los efectos de la fricción no sean despreciables (Hillewaert y v.d. Braembussche, 1999; Lakshminarayana, 1996). Esta aproximación se presta para la investigación de la interacción entre elementos como se muestra en Riedel (1997) en el caso de una bomba y en Fatsis et al. (1997) en un turbocompresor. Para el cálculo del flujo tridimensional en turbomáquinas hidráulicas considerando los efectos de la fricción se deben considerar las ecuaciones de Navier – Stokes las cuales deben promediarse temporalmente siguiendo el procedimiento de Reynolds si se considera la turbulencia del flujo. Este procedimiento puede considerarse el estado del arte hoy por hoy, por lo que existe un gran número de trabajos numéricos sobre turbomáquinas utilizando esta metodología. Por ejemplo, Ritzinger (1997) muestra resultados detallados del flujo viscoso turbulento en rotores o Shuliang (1999) investiga la caída de presión y el campo de velocidades 3D en un rodete. Schenkel (1998) calcula el flujo viscoso en un canal hidráulico del rotor asumiendo simetría rotacional. Todos estos trabajos muestran que un problema básico de las simulaciones numéricas es la elección de las condiciones de contorno entre los elementos de una turbomáquina, las cuales pueden generar considerables problemas de convergencia. El cálculo acoplado de varios elementos o de toda la turbomáquina facilita además el cálculo de las interacciones entre los elementos.

Una cuestión básica en el cálculo del flujo a través de elementos acoplados es el modelado numérico del movimiento relativo entre el rotor y los álabes directrices. Las dos hipótesis cuasi-estacionarias, acoplo directo (*Frozen Rotor*) y promedio acimutal (*Mixing plane* o *Stage*) las cuales se describen posteriormente,

desprecian los términos de evolución temporal en las ecuaciones de Navier-Stokes por lo que en el modelo no tiene lugar ningún movimiento relativo.

A pesar de despreciar los términos no estacionarios, esta hipótesis es empleada por numerosos autores ya que resulta en un gran ahorro de tiempo frente a los métodos no estacionarios (del orden de 10 a 100 veces más costosos). Sedlar et al. comparan ambos métodos para bombas radiales (Sedlar y Mensik, 1999) y axiales (Sedlar et al., 1999), Muggli et al. (1999) investigan una bomba-turbina y varios autores, v. Hoyningen-Huene y Hermeler (1999) o Chen y Liaw (1997), simulan el giro del rotor promediando varias posiciones relativas. El flujo secundario en el cálculo acoplado estacionario es investigado por Majidi (1997) mientras que Zimnitski (2000) considera la influencia del rotor en la optimización de la carcasa espiral.

Sin embargo, a pesar de que algunos efectos de la interacción entre componentes se pueden describir suficientemente bien bajo la hipótesis cuasi-estacionaria, las estimaciones más precisas deben recurrir al acoplo no estacionario. Por ejemplo, la magnitud de la fuerza de inercia en una bomba centrífuga hace necesaria esta aproximación (Treutz, 2001). Fritz (1999) investiga realmente la interacción no estacionaria entre los elementos y el rotor de una máquina hidráulica. Shi y Takamoto (2001) analizan tanto la interacción potencial como el efecto no estacionario de la diferencia de velocidad de rotación entre el rotor y un difusor radial alabeado. En el caso de una bomba radial, Dick et al. (2001) presenta una comparación entre diferentes métodos de acoplo mientras que Kaechele et al. (2001) consideran una bomba-turbina en ambos modos de funcionamiento.

El resultado emergente es que bajo la hipótesis cuasi-estacionaria el acoplo directo (*Frozen Rotor*) funciona mejor en el caso de máquinas radiales, en particular es muy ventajoso en turbinas, mientras que el promedio acimutal (*Mixing Plane o Stage*) es más apropiado para máquinas axiales. Gugau (2002) y Gugau et al. (2001) sustentan esta afirmación investigando una turbina ATL y un compresor ATL. Además, el promedio acimutal se desaconseja en el caso de bombas radiales con pequeña anchura radial del difusor. Frecuentemente, el acoplo directo en conjunción con un promedio de resultados obtenidos en diferentes posiciones relativas se suele clasificar como idóneo, lo cual no es claro desde el análisis de los fundamentos físicos del modelo. Por consiguiente, la hipótesis cuasi-estacionaria debe evaluarse críticamente en comparación con el acoplo no estacionario y este último debe preferirse atendiendo a criterios de precisión.

En los últimos años se han realizado investigaciones numéricas utilizando modelos de turbulencia. Entre ellos podemos citar los trabajos de Treutz (2002) utilizando el modelo k- ϵ y Menter (1993) con el modelo SST (Shear Stress Transport). Ng y Tan (1999), además de realizar varias observaciones fundamentales sobre la capacidad predictiva teórica de los modelos de turbulencia, recomiendan utilizar al menos modelos de turbulencia de dos ecuaciones para el uso en turbomáquinas. La investigación de Ojala et al. (1998) ilustra la influencia de considerar los efectos de rotación en el modelo de turbulencia a través de tres variantes; sin embargo, éstas producen modificaciones marginales en el campo de velocidades, las cuales se deben a la modificación de la viscosidad turbulenta. Otros trabajos incluyen el uso de la sofisticada LES (Large Eddy Simulation) en una turbina Francis (Song et al., 1996) y en el rodete de una bomba centrífuga tanto en el punto de diseño como en puntos fuera de él (Byskov et al., 2003).

Las características básicas y los desafíos para la validación de modelos de turbulencia en las turbomáquinas hidráulicas se pueden resumir de la siguiente forma:

- El modelado de la turbulencia es sobre todo la principal causa de las limitadas capacidades predictivas de los métodos numéricos en turbomáquinas.
- Modelos de turbulencia “simples” ya están proporcionando resultados útiles.
- Modelos teóricamente “más apropiados” no necesariamente proporcionan mejores resultados.
- Existen pocos estudios comparando modelos de turbulencia en turbomáquinas hidráulicas haciendo referencia a resultados, convergencia, velocidad o manipulabilidad.
- Todavía existe gran necesidad de validación, por ejemplo referente a la relación entre el modelo de turbulencia, tratamiento de las paredes y pérdidas calculadas.

Una buena revisión de trabajos sobre esas temáticas se puede encontrar en Casey (2002).

Adicionalmente, existe el problema de la dependencia de los resultados con el código computacional utilizado. Iaccarino (2001) lo demuestra con el cálculo de un difusor axisimétrico en dos dimensiones utilizando tres programas CFD comerciales. A pesar de utilizar parámetros de cálculo idénticos y el mismo

modelo de turbulencia (k - ϵ en version Launder – Sharma) obtuvo resultados diferentes, lo cual indica diferentes implementaciones de los modelos o distintos procedimientos de discretización. Por tanto, incluso una comparación de un mismo modelo de turbulencia con diferentes códigos CFD resulta problemática.

Gugau (2002) concluye que el estado del arte en la validación de los modelos de turbulencia en turbomáquinas hidráulicas se puede resumir en lo siguiente:

- Muchos de los efectos importantes no tienen origen viscoso, por lo que los métodos basados en las ecuaciones de Euler proporcionan buenos resultados. Esto ha hecho que se haya postergado la necesidad de validar los modelos de turbulencia.
- Predominantemente se han utilizado modelos de dos ecuaciones con funciones de pared para evitar el refinamiento de la malla en las cercanías de la pared.
- Hasta el momento no existen validaciones frente a modelos k - ϵ no lineales.
- En la literatura existen pocos trabajos utilizando modelos de bajo número de Reynolds para resolver el flujo cerca de las paredes (Nilsson y Davidson, 2001).
- La influencia de la inclusión de los efectos de rotación en las ecuaciones de la turbulencia en los parámetros de funcionamiento es escasa.

Menter et al. (2004) realizan los siguientes comentarios sobre el uso de modelos de turbulencia en la simulación del flujo en turbomáquinas: dado que la mayoría de los flujos internos en turbomáquinas se desarrollan a números de Reynolds relativamente bajos, se requieren modelos de turbulencia que pueden integrarse a través de la subcapa viscosa de la capa límite. La necesidad para la integración a través de la subcapa viscosa viene determinada por varios factores:

- En los flujos a bajos números de Reynolds, la subcapa viscosa contribuye de forma significativa al desplazamiento de la capa límite; la aplicación de las funciones de pared como condición de frontera despreja dicha contribución y resulta en un efecto de desplazamiento incorrecto.
- El uso de las funciones de pared con frecuencia dificulta la resolución de la capa límite con un número suficiente de nodos y no son apropiadas para los procesos de control de calidad.

- Un modelo de tratamiento del flujo en las cercanías de una pared debe proporcionar resultados razonables incluso en geometrías complicadas y sobre mallas de calidad limitada (altas razones de aspecto, bajos ángulos de la malla, grandes coeficientes de expansión,...) tal y como se encuentran en casi todas las aplicaciones en turbomáquinas. Por estas razones, estos autores proponen utilizar la ecuación para la frecuencia turbulenta en lugar de la ecuación para la disipación de la energía cinética turbulenta.

Por otro lado, en casi todas las simulaciones en turbomáquinas, el cierre se sitúa en el nivel de la viscosidad turbulenta, lo cual tiene la ventaja de que el esfuerzo numérico para resolver el modelo es moderado. En el caso de modelos con dos ecuaciones, el incremento en tiempo de CPU comparado con la solución laminar es del orden del 10%. Adicionalmente, los modelos basados en la viscosidad turbulenta son numéricamente robustos, lo cual es una característica importante de un modelo de turbulencia para un ingeniero que trabaje con CFD en el área de proyectos. Sin embargo, es bien sabido que los modelos de dos ecuaciones no proporcionan la respuesta correcta a los gradientes de presión adversos a menos que se tome en cuenta el transporte de la componente principal de los esfuerzos cortantes turbulentos. En el nivel más simple, esto puede lograrse con el limitador *Shear Stress Transport* (SST) (Menter, 1994).

La experiencia demuestra que no todos los flujos pueden calcularse satisfactoriamente con los modelos basados en la viscosidad turbulenta. Modelos de segundo orden algebraicos (*Algebraic Stress Models*, ASM) o diferenciales (*Reynolds Stress Models*, RSM) incorporan efectos físicos adicionales ausentes en los modelos de viscosidad turbulenta tradicionales como por ejemplo flujos secundarios en esquinas, curvatura de las líneas de corriente, efectos de rotación en el sistema, ... Por ejemplo, el vórtice no estacionario generado en turbinas Francis a carga parcial (i.e., la torcha) no es descrito correctamente por los modelos basados en la viscosidad turbulenta ya que estos conducen a una solución estacionaria que no reproduce las fuertes pulsaciones de presión en el tubo de descarga (Sick et al., 2002). Por el contrario, el modelo RSM proporcionaba resultados mucho mejores. Por ello, Menter et al, (2004) recomiendan una formulación de segundo orden RSM combinada con la ecuación para la frecuencia turbulenta y un tratamiento de pared automático como alternativa a los modelos de dos ecuaciones.

Un comentario aparte merecen los métodos de simulación de grandes escalas (*Large Eddy Simulation*, LES). Durante un tiempo se pensó que los flujos en turbomáquinas podrían ser la primera aplicación industrial de LES ya que en ellas los números de Reynolds suelen ser moderados, con la ventaja adicional de que la transición turbulenta podría capturarse. Sin embargo, en el proyecto europeo

LESFOIL (Davidson et al, 2003) se encontró que incluso los flujos a números de Reynolds moderados son extremadamente difíciles y costosos para calcularlos con LES. Por tanto, parece que la aplicación práctica de LES en el diseño de ingeniería de turbomáquinas necesita esperar todavía unos cuantos años.

4. SIMULACIÓN NUMÉRICA DE TURBINAS FRANCIS

En este capítulo se describe la metodología necesaria para realizar simulaciones estacionarias de las turbinas Francis. Se hace hincapié en las necesidades de cada uno de los cálculos considerados: determinación de la curva característica, análisis de pérdidas y eficiencias en cada uno de los componentes de la turbina y, finalmente, estimación de la cavitación incipiente. También se prestará atención a algunos aspectos numéricos propios de la simulación en turbomáquinas y al control de calidad de la discretización. Finalmente, se describen e ilustran las diferentes etapas operativas en las que se divide la simulación en una tarea CFD.

4.1 TIPOS DE SIMULACIÓN: METODOLOGÍA Y CONDICIONES DE CONTORNO

Los resultados y variables que se desean obtener en el cálculo numérico de una turbomáquina hidráulica en general y de una turbina Francis en particular determinan el tipo de simulación numérica a realizar, así como la metodología.

La simulación ideal que permitiría predecir todos los fenómenos de una turbina hidráulica, sería considerar un único dominio compuesto por la unión de cada componente, realizando una sola discretización, para un estado transitorio o no estacionario. Desafortunadamente esta idealización se hace difícil debido a la complejidad del proceso de generación de las mallas y por el gran número de elementos resultante en la discretización de toda la máquina (alrededor de 7 millones de elementos), lo cual es imposible de manejar con la capacidad computacional disponible actualmente. Además el costo computacional para simulaciones en estado transitorio es mucho mayor que para el estado estacionario, del orden de 10 o 100 veces más (Ruprecht et al., 2000).

Por tanto, la estrategia consiste en mallar cada componente por separado, teniendo control sobre su número de elementos, el refinamiento en zonas de importancia y velando por la calidad de malla. Se construye entonces una malla para la cámara espiral incluyendo el anillo de alabes fijos, otra sección para los alabes móviles y el rodete y otra para el tubo de aspiración.

De acuerdo con la literatura, para las turbinas Francis podemos obtener diferentes tipos resultados a partir de las simulaciones estacionarias, principalmente:

- Predicción de la curva característica (*Hill chart*).
- Análisis de pérdidas (eficiencias) en los diferentes componentes.
- Estimación de la cavitación incipiente en la turbina.

Con el propósito de obtener una buena precisión en las zonas donde hay mayores cambios de las variables que caracterizan la dinámica del fluido y de manejar el mínimo número de elementos posible, se hace necesario dividir la simulación ideal de una turbina en dos o más simulaciones. Cada simulación CFD tiene una metodología diferente encaminada a la obtención de resultados más precisos.

A continuación se resume la metodología que se debe seguir para los diferentes tipos de simulaciones propuestas

4.1.1 Predicción de la curva característica. La curva característica de una turbina es una relación gráfica que relaciona el caudal con la energía y eficiencia. Esta curva es propia de cada turbina y se traza para una determinada velocidad de giro ω y apertura de los álabes directrices del distribuidor (Drtna, 1998). Dicha curva muestra el comportamiento de la máquina en los diferentes puntos de operación, involucrando las variables hidráulicas que afectan el funcionamiento como el caudal y la altura de salto.

Esta curva característica puede ser determinada teórica y experimentalmente; sin embargo, gracias a la evolución y confiabilidad de las simulaciones numéricas es posible determinarla numéricamente por métodos computacionales (Drtna, 1998).

La predicción de dicha curva consiste, mediante simulaciones numéricas, en obtener los valores adimensionales φ y ψ necesarios para la construcción de la curva en diferentes condiciones de operación.

El coeficiente de descarga esta representado por el valor adimensional:

$$\varphi = \frac{Q}{\pi \omega R^3} \quad [55]$$

donde:

Q = Caudal. $[m^3/s]$

ω = Velocidad de rotación. $[rad/s]$

R = Radio de referencia del rodete. [m]

El coeficiente adimensional de energía esta representado por:

$$\psi = \frac{2E}{\omega^2 R^3} \quad [56]$$

Donde:

E = Energía específica entre la entrada y salida del rodete. [Joules]

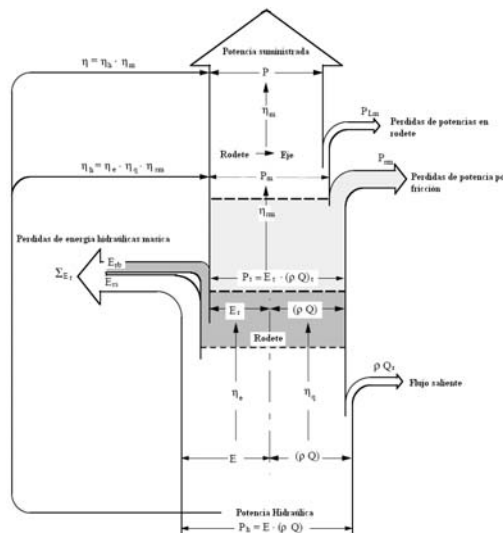
ω = Velocidad de rotación. [rad/s]

R = Radio de referencia del rodete. [m]

Con el propósito de determinar numéricamente la curva característica los esfuerzos computacionales deben orientarse a obtener un aceptable campo de energía tanto para la entrada como para la salida del rodete.

4.1.2 Análisis de pérdidas. En el paso a través de los componentes de la turbina el fluido sufre pérdidas de energía debido a las fuerzas viscosas y a otros efectos como flujo secundario, vórtices y efectos turbulentos. Las simulaciones CFD permiten predecir las pérdidas de energía generadas en cada componente en diferentes puntos de operación, ofreciendo a los analistas la posibilidad de tomar decisiones en cuanto al diseño y operación de la máquina.

Figura 8. Mapa de distribución de la energía y las eficiencias en una turbina Francis (Adaptado del curso “Turbomachines Hydrauliques”, J.L. Kueny)



Fuente: Simulación numérica de una turbina Francis. Universidad Autónoma de Occidente. Grupo De Investigación En Mecánica Aplicada. Santiago de Cali, 2007. p. 18

La figura 7 muestra un mapa esquemático de la distribución de energía de una turbina. En ella se expone claramente el consumo de energía que existe en cada componente debido al paso del fluido a través de ella.

El objetivo de estas simulaciones es el de encontrar el porcentaje de energía disipada en cualquier componente en comparación con la energía disponible a la entrada.

Los resultados que se busca obtener mediante la simulación numérica son la energía transferida al rotor E_t , la potencia P_t y la eficiencia η . Las expresiones necesarias en particular, la potencia y la energía transferidas y se expresan:

$$P_t = M_b \omega \quad E_t = \frac{P_t}{\rho Q} \quad (57)$$

Donde M_b es el torque que ejerce el fluido sobre los álabes del rodete, ω es la velocidad de rotación del rodete y ρ la densidad del fluido.

En las simulaciones computacionales es usual definir la “Presión Total”. Considerando el sistema de referencia estacionario y despreciando la gravedad (como es usual), la presión total se define como la presión dinámica (basada en la velocidad absoluta C):

$$p_{tot} = \frac{1}{2} C^2 \rho \quad (58)$$

Pero esta variable tiene relación con la energía específica local hidráulica, definida como:

$$p_{tot} = g H \rho \quad (59)$$

Las simulaciones CFD ofrecen información sobre todas las variables relacionadas con el fluido a lo largo de todos los nodos de la malla del dominio. Con el propósito de obtener un valor promedio consistente de las variables consideradas, se deben utilizar la integral de flujo másico (para potencia) o su promedio (para energía):

$$P_{Ai} = \int_{Ai} g H \rho \vec{C} \cdot \vec{n} dA = \int_{Ai} \left(\frac{p}{\rho} + gZ + \frac{C^2}{2} \right) \rho \vec{C} \cdot \vec{n} dA \quad (60)$$

$$E_{Ai} = \frac{P_{Ai}}{\rho Q}$$

Los operadores integrales mostrados en la ecuación [60] están disponibles en el software de post-procesamiento (CFX-Post) y son llamados “massFlowInt” y “massFlowAve” respectivamente. Su uso es recomendado, pues dichas funciones emplean las superficies de flujo que son consistentes con la discretización de los volúmenes finitos. De este modo, si se desea calcular el valor de la energía en cada sección de la máquina basta con calcular la integral de flujo másico sobre las variables “Total Pressure” (ptot en notación abreviada) disponible para los sistemas rotantes y estacionarios.

Si se desea calcular la energía perdida en un componente se debe utilizar el coeficiente de pérdida de energía adimensional, mostrado en la ecuación (61), donde es necesario calcular la diferencia de potencias entre la sección de entrada y salida de los componentes a analizar y dividirla por la potencia disponible a la entrada de la carcasa espiral:

$$\zeta = \frac{\iint_{A_{in}} \left(\frac{p}{\rho} + gZ + \frac{C^2}{2} \right) \rho \vec{C} \cdot \vec{n} \cdot dA - \iint_{A_{out}} \left(\frac{p}{\rho} + gZ + \frac{C^2}{2} \right) \rho \vec{C} \cdot \vec{n} \cdot dA}{\iint_{A_{in}} \left(\frac{p}{\rho} + gZ + \frac{C^2}{2} \right) \rho \vec{C} \cdot \vec{n} \cdot dA} \quad (61)$$

De este modo este coeficiente se interpreta como el cambio relativo de potencia experimentado por el fluido en su tránsito por un determinado componente de la máquina.

4.1.3 Eficiencia. La eficiencia es la variable que ofrece información acerca del rendimiento hidrodinámico de la turbina en su rango de operación. El valor de la eficiencia se calcula de acuerdo a la ecuación [62]:

$$\eta = \frac{P_m}{P_I - P_{mI}} \quad [62]$$

donde:

P_m = Potencia mecánica = Torque superficies rodete x Velocidad rotación. [watts]

P_I = Potencia hidráulica a la entrada de la turbina. [watts]

P_{mI} = Potencia hidráulica a la salida del rodete. [watts]

4.1.4 Estimación de la cavitación incipiente. La cavitación se puede clasificar como el segundo parámetro más importante para evaluar el nivel de riesgo asociado a aumentar el rango de operación de la turbina, después del riesgo de daño por resonancias sobre la estructura inducidas por el fluido.

Existe tres maneras de clasificar el régimen de la cavitación: cavitación fija, cavitación conducida (travelling) y cavitación por vórtices (vortex cavitation). En cada uno de estos tipos de cavitación, ésta ocurre por la aceleración del flujo acompañado de una caída de presión que alcanza valores por debajo de la presión de vapor. En el momento en que se alcanzan estos valores comienza el proceso de formación de burbujas dentro del fluido, las cuales al viajar aguas abajo encuentran zonas de alta presión (presiones por encima de la presión de vapor) generando implosiones sobre las superficies sólidas o paredes del dominio de análisis. A este proceso se le conoce con el nombre de cavitación y es un fenómeno multifásico (presencia de dos fases en un mismo dominio de análisis).

El componente de la turbina hidráulica más afectado por la cavitación es el rodete el cual, dependiendo del nivel de cavitación sufre un tipo específico de daño.

Para la estimación de la cavitación incipiente se puede aplicar una metodología de análisis de una sola fase (single-phase), la cual es un método indirecto que determina el riesgo de daño por cavitación. Ésta determina los valores a los cuales se iniciará la inepción de cavitación según la siguiente ecuación:

$$\kappa = \frac{\phi^2}{\psi_c} \quad (63)$$

donde:

$$\begin{aligned} \psi_c &= \frac{2NPSE}{\omega^2 R^2} \\ \phi &= \frac{Q}{\pi \omega R^3} \end{aligned} \quad (64)$$

donde $NPSE$ es la energía neta de succión positiva, definida para una turbina Francis como:

$$NPSE \approx \frac{P_{atm}}{\rho} - \frac{P_w}{\rho} - z_1$$

Según la notación de la expresión (63). El valor del coeficiente de cavitación κ indica el margen de vapor necesario para el inicio de la cavitación. En la práctica el diseño de una turbina Francis debe cumplir la condición (Avellan, 2004):

$$\kappa = \frac{\varphi^2}{\psi_c} \geq 1.8 \quad (65)$$

es decir, que la cavitación en una turbina Francis aparece cuando $\kappa < 1.8$.

4.1.5 Metodología simulaciones estacionarias. La metodología para llevar a cabo los análisis descritos anteriormente es utilizar dos simulaciones parciales para cada una de las condiciones.

La primera simulación considera la carcasa espiral incluyendo el anillo completo de alabes fijos y los álabes móviles, la segunda simulación los alabes móviles y dos canales del rodete y el tubo de descarga.

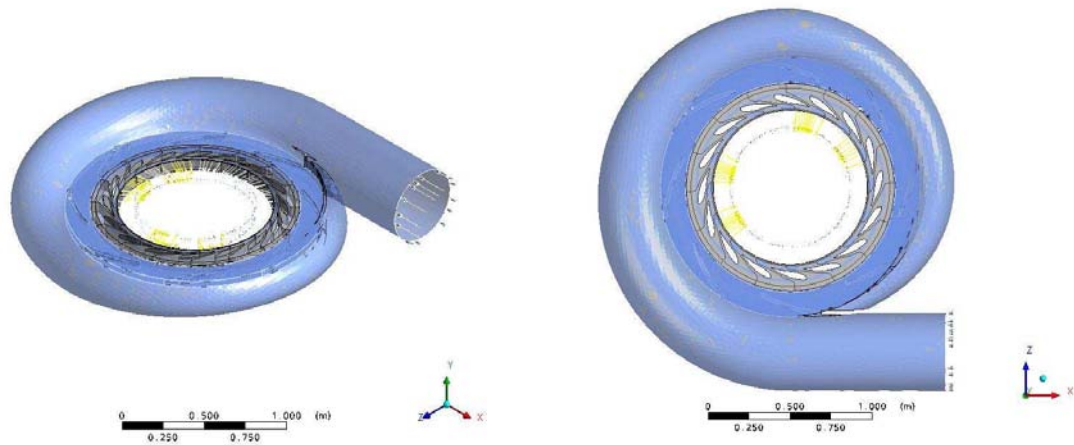
El objetivo de la primera simulación es el de validar el flujo a través de la carcasa espiral y de obtener el perfil de velocidades adecuado que sirva de parámetro de entrada para la segunda simulación. Además pretende hallar la energía disipada por el paso del agua en la carcasa espiral.

Las condiciones de frontera utilizadas en la primera simulación (Fig. 9) son las siguientes:

- Inlet: flujo de masa o caudal en la carcasa espiral.
- Outlet: salida con presión relativa al final de los álabes móviles.
- Tratamiento de paredes: ley de la pared.
- Modelo de turbulencia: k-ε.
- Interfases:
 - Entre la cámara espiral y los alabes móviles: conexión general: GGI (*General Grid Interface*).

La figura 9 muestra dos imágenes de la implementación de las condiciones de frontera en el dominio computacional considerado en la primera simulación.

Figura 9. Condiciones de frontera para la simulación 1. Vista isométrica (izquierda) y en planta (derecha).



Se debe tener un número máximo de elementos apropiado, el cual depende de las capacidades computacionales disponibles. Actualmente no se debe exceder un máximo de 2.000.000 de elementos en total.

El uso de interfases presenta una desventaja que radica en la forma de transferencia de la información de un componente a otro. Por esto se hace necesario analizar el resultado del campo de energía en la interfase, para los dos dominios conectados y así determinar la cantidad de energía perdida debido a la conexión, la cual se debe minimizar haciendo una distribución equivalente de nodos en cada dominio.

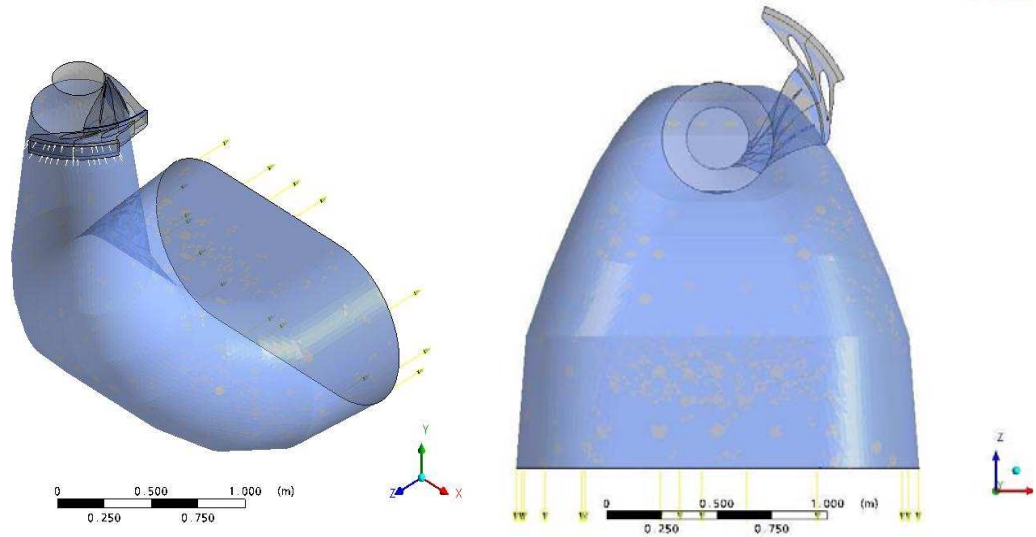
La segunda simulación, también realizada en estado estacionario, considera parcialmente los canales de los alabes móviles, del rodete y el tubo de aspiración. El objetivo de esta simulación es obtener los valores del campo de energía a la entrada y a la salida del rodete para generar la curva característica de la turbina. Por otro lado se deben hallar los valores del campo de energía entre los diversos componentes, determinando las pérdidas generadas por el paso del fluido.

Las condiciones de frontera para esta segunda simulación son:

- Intlet: perfil de velocidades extraído de la primera simulación.
- Outlet: presión relativa nula.
- Tratamiento de paredes: ley de la pared.
- Modelo de turbulencia: $k-\epsilon$
- Interfases:

- Entre los anillos de alabes fijos y móviles y el rodete, y entre el rodete y el tubo de aspiración: *Stage* (ver sección 6.2.)
- Periodicidad rotacional en las paredes laterales de los anillos de alabes fijos y móviles, y el rodete.

Figura 10. Condiciones de frontera para la simulación 2. Vista isométrica (izquierda) y en planta (derecha).



La figura 10 muestra imágenes del resultado de la etapa de pre procesamiento del dominio CFD para la segunda simulación.

De esta segunda configuración cabe decir que el perfil de velocidades extraído de la primera simulación y que sirve de entrada para la segunda simulación debe contener las componentes radiales, axiales y acimutales (circunferenciales).

Las expresiones que permiten calcular los coeficientes de energía antes y después del rodete se presentan en el Anexo 1.

La combinación de estas dos simulaciones se debe realizar para cada punto de operación que se desee analizar.

4.2 ASPECTOS NUMÉRICOS DE LAS SIMULACIONES DE TURBOMÁQUINAS

En primer lugar es necesario hacer notar que va a existir una diferencia entre las soluciones exactas de las ecuaciones diferenciales de evolución y la solución exacta del sistema lineal obtenido en el proceso de discretización. Esta diferencia se llama error de discretización y surge del hecho de que las ecuaciones discretas tan solo son una aproximación de las ecuaciones diferenciales. Si se utiliza un esquema de discretización consistente estos errores tienden a cero conforme se refina la malla y el paso temporal tiende a cero. Por consiguiente, para minimizar este error se deben realizar análisis de la calidad de la malla y un estudio de la independencia de la solución con la resolución de la malla.

Además, debido al empleo de métodos de solución iterativos, la solución exacta de las ecuaciones discretas no es el resultado real del cálculo numérico. Estos errores de solución son originados por:

- Interrupción del proceso iterativo (criterio de convergencia).
- Errores de redondeo debido a la representación finita de los números en el computador.
- Errores en el código.

Los errores en las iteraciones pueden controlarse con el método de los residuos de las variables resueltas. Los errores de redondeo pueden minimizarse utilizando una representación de números reales en doble precisión. Los errores en el código del programa no pueden descartarse totalmente y pueden propagarse a versiones posteriores. Según el cálculo CFD de turbomáquinas radiales, es necesario entender la estimación de la influencia de las diferentes causas de error de modelado. La geometría exacta de piezas complejas como el rotor, álabes directrices y carcasa espiral es frecuentemente simplificada, por ejemplo el borde de los álabes del rotor no es totalmente redondeado para la resolución de malla elegida.

Para máquinas hidráulicas, el error cometido al fijar como constantes las propiedades materiales es prácticamente despreciable, ya que la densidad y viscosidad dinámica del agua fluida cumplen esa condición. Sin embargo, se sabe que tanto en bombas como turbinas hidráulicas hay un pequeño aumento de temperatura debido a las pérdidas en el flujo; aun así, ésta es tan pequeña que no justifica la determinación de un error importante.

Un término importante es la elección de las condiciones de contorno el cual es fundamental para toda simulación numérica, por ejemplo la existencia de puntos de estancamiento en los bordes de ataque de los álabes del rotor, que pueden propagarse hasta la zona de entrada.

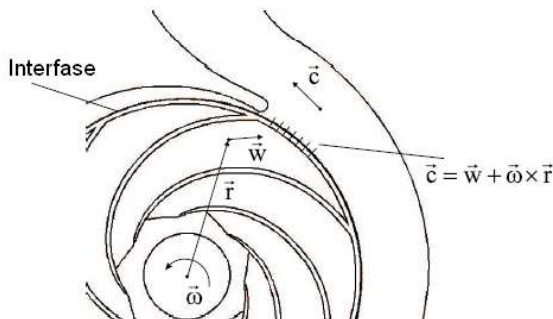
Por consiguiente, es obligatorio imponer unas condiciones de entrada físicamente correctas, incluso extendiendo el dominio de cálculo convenientemente. Este hecho es bien conocido en bombas centrífugas, donde en el modelado es razonable extender el canal de entrada al rotor una longitud de tres diámetros del tubo de aspiración, fijando como condición el flujo volumétrico medido.

En turbomáquinas hidráulicas la condición de salida acostumbrada de presión constante puede ser incluso un error de modelado. En máquinas reales las variaciones de presión en el tubo de aspiración pueden amortiguarse debido a las variaciones de presión en el acoplo rotor-estator; sin embargo, con una condición de salida de presión constante es difícil observar dichas variaciones en el campo de presiones ni tampoco en el de velocidades.

Para la simulación es extremadamente importante el cálculo correcto de las interacciones rotor-estator que es la descripción matemática del acoplo entre el rodete rotante y los elementos estacionarios (carcasa espiral y álabes directrices).

Los métodos más conocidos para tratar el acoplo rotor-estator se presentan a continuación siguiendo un orden de creciente complejidad.

Figura 11. Modelado del acoplo rotor-estator con el método “Frozen Rotor” (Gugau, 2004).



Fuente: Simulación numérica de una turbina Francis. Universidad Autónoma de Occidente. Grupo De Investigación En Mecánica Aplicada. Santiago de Cali, 2007. p. 14

4.2.2 Método directo (*Frozens Rotor*). Con el acoplo *Frozen Rotor* el rotor y el estator se calculan en diferentes sistemas de referencia, cada uno de los cuales se trata como estacionario. En cada punto de la interfase se realiza una simple transformación de coordenadas para los vectores de velocidad entre el sistema de referencia rotante del rotor y el estacionario del estator (ver figura 11). Este método es numéricamente robusto y presenta un panorama instantáneo del flujo real. La influencia de la fuerza de inercia no se tiene en cuenta. En el caso de que dicha fuerza sea relevante el flujo calculado no es realista. En ese caso los cálculos no estacionarios realmente no reproducen los resultados del método *Frozen Rotor*.

4.2.3 Método del plano de mezcla (*Stage*). En este método cuasi-estacionario ambas zonas del dominio computacional se calculan en sistemas de referencia estacionarios. El acoplo se realiza a través del intercambio de valores promediados en la interfase de ambas zonas, la cual se considera como una condición de contorno.

4.2.4 Método de la malla deslizante (*Sliding mesh*). El cálculo transitorio de la máquina completa bajo el esquema de la malla deslizante (*sliding mesh*) es el realmente físico y, frente a los acoplos anteriormente mencionados, no presenta errores de modelado. Ambos dominios están acoplados directamente a través de una interfase y calculados en el sistema de referencia absoluto. La interfase se calcula en cada paso temporal y posibilita el intercambio conservativo de los flujos entre rotor y estator.

La ventaja de este método es la representación de la física real no estacionaria de la máquina. Su desventaja es la ingente cantidad de tiempo de CPU y memoria necesarias en comparación con las metodologías cuasi-estacionarias.

4.3 CONTROL DE CALIDAD DE LA MALLA

La metodología para estimar los errores numéricos es la misma en todas las simulaciones numéricas. La minimización de los errores de solución se controla con el desarrollo de los residuos y valores integrales característicos. La demostración de la consistencia de un esquema de discretización lleva directamente a la estimación de los errores de discretización. Se mostrará el método de estimación de los errores de discretización siguiendo a Schäfer (2000) en el caso de la turbina Francis considerada.

El método se basa en la simulación de un mismo caso en varias mallas distintas, sistemáticamente refinadas. La estimación de la malla apropiada, que proporcione resultados independientes de ésta, puede llevarse a cabo siguiendo el procedimiento de Richardson (1910) para cuantificar los errores.

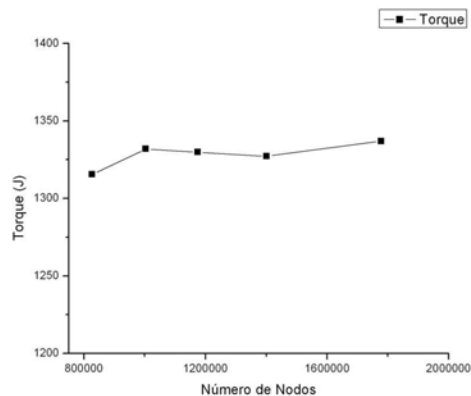
En este proyecto se realizó la prueba de cinco diferentes mallas. Los resultados se presentan en la Tabla 2.

Tabla 2. Control de calidad de la malla

	Malla 826409	Malla 1003657	Malla 1174057	Malla 1401361	Malla 1777921
Potencia (KW)	661238	669505	668445	667102	672000
Eficiencia	72%	73%	73%	73%	73%
Caudal (m³/s)	1,0173	1,0173	1,0173	1,0173	1,0173
Torque (J)	1315,49	1331,94	1329,83	1327,16	1336,9

Dichos resultados se pueden apreciar en el siguiente gráfico donde se observa cómo afecta el refinamiento de la malla a una variable global representativa como el torque.

Figura 12. Gráfico de sensibilidad de la malla. Comparación entre el torque y el número de nodos.



Como se puede observar, debido a la complejidad de los diferentes elementos de la turbina, el comportamiento del torque con el número de nodos de la malla no es monótono. Sin embargo, el error relativo cometido al estimar esta variable es inferior al 0.6% cuando la malla pasa de un total de 800000 a 1800000 nodos, por lo que puede concluirse que la solución obtenida con la malla intermedia de 1200000 nodos es suficientemente representativa.

5. ETAPAS EN LA SIMULACION NUMERICA DE UNA TURBINA FRANCIS

El primer paso es la obtención de los planos de la máquina considerada y realizar el dibujo en un programa dibujo de ingeniería (Solidworks, SolidEdge). Cabe aclarar que para efectuar este tipo de simulaciones de maquinas hidráulicas, las geometrías que debemos plasmar en los programas CAD son **el campo fluido** de dichas máquinas, es decir, que vamos a dibujar todo lo que se encuentra dentro de la turbina (**el agua**) y las partes sólidas son representadas por los vacíos en la geometría, como los alabes directrices y los del rodete.

En segunda instancia, como lo que se pretende es determinar el funcionamiento y comportamiento de dicha turbina Francis por medio de la simulación numérica a partir de software especializado, los datos iniciales que debemos tener en cuenta son los propios del lugar de operación como la altura de salto, el caudal y la velocidad de giro del rodete (rpm). En nuestro caso los datos corresponden a una turbina instalada en Cali y son: velocidad angular de 600 rpm, altura de salto de 95 m y el caudal de 1.01 m³/s.

La realización de la simulación numérica del comportamiento de la turbina Francis se hizo con el software Ansys – CFX en las siguientes etapas: modelado geométrico y mallado, establecimiento de las condiciones de frontera y de funcionamiento (preproceso), resolución de las ecuaciones de evolución discretizadas en la geometría específica de la turbina (proceso) y visualización de resultados y obtención de las variables de interés (postproceso). A continuación se describen en detalle cada una de ellas.

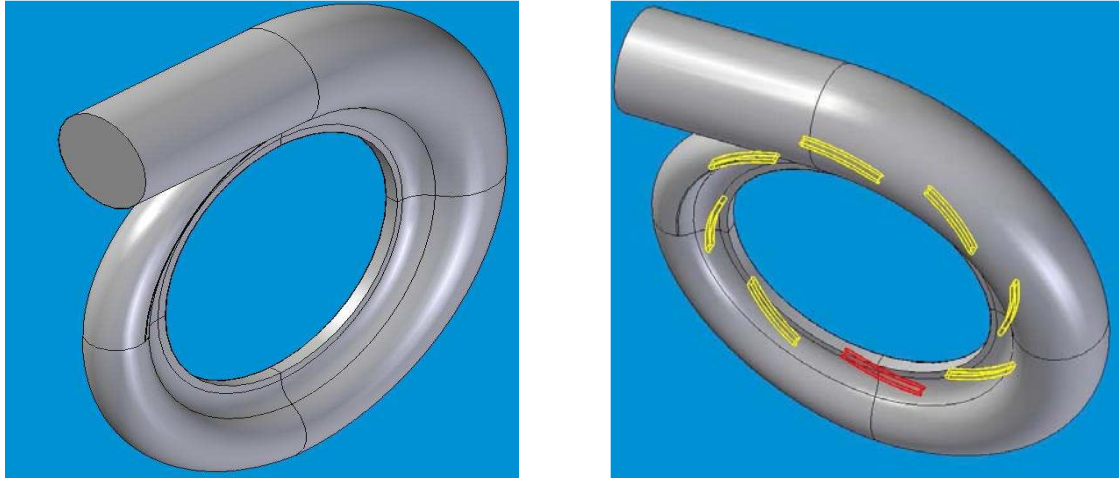
5.1 MODELADO GEOMÉTRICO Y MALLADO

Como ya se ha comentado la turbina considerada es una turbina *virtual* correspondiente en gran parte a la de una turbina en explotación en una de las centrales de la ciudad de Cali, pero con un tubo de aspiración adaptado. Por este motivo, la curva característica y punto nominal son desconocidos a priori, aunque se espera que no difieran mucho de los de la turbina *original*.

Es necesario hacer notar que el proceso de modelado y geométrico y posterior mallado con elementos hexaédricos es una tarea no trivial ya que se debe asegurar una cierta calidad de la malla final obtenida. Por tanto, este proceso consumió una parte importante de tiempo y recursos.

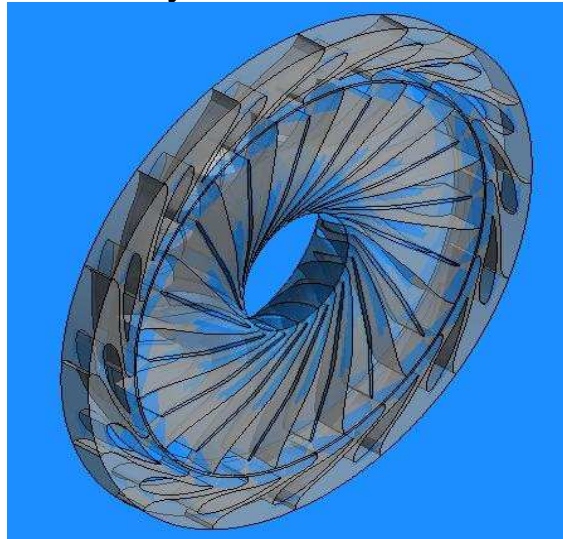
A continuación se describe el proceso de modelado geométrico. En la primera parte del modelado se hizo la carcasa espiral

Figura 13. Geometría de la carcasa espiral. (lado izquierdo). Muestra de la presencia de la geometría de los alabes fijo (lado derecho)



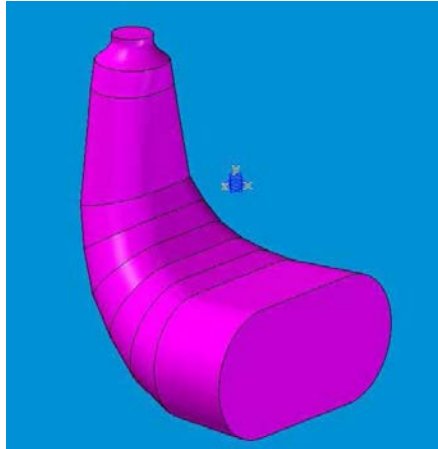
Dentro este diseño están inmersos los alabes fijos y el canal donde están la ubicación de estos mismos. Después se procedió al modelado de los alabes directrices y del rotor:

Figura 14. Geometría del rotor y los alabes Móviles



Y finalmente el del tubo de aspiración.

Figura 15. Geometría del tubo de aspiración.



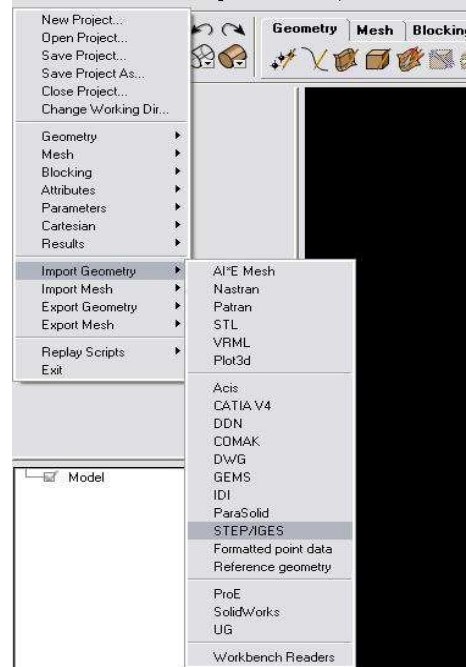
El siguiente paso fue ingresar los diferentes diseños geométricos a un programa llamado ICEM CFD donde se genera el mallado del dominio fluido para poder realizar sobre éste el análisis CFD de cada una de las partes diseñadas en el programa CAD.

De la calidad del mallado dependerán nuestros resultados después del análisis. Según la experiencia de los Ingenieros del área, para poder obtener un buen resultado es necesario hacer un mallado que contenga al menos entre 500.000 y 1.000.000 de elementos para cada geometría. Para este caso en particular se va a trabajar con 600.000 elementos para cada geometría, ya que es un número adecuado para obtener resultados razonables y no es una cantidad excesiva para agotar los recursos computacionales disponibles.

Además del número de elementos, debemos tener en cuenta otros factores que nos van a permitir saber si la calidad de la malla es aceptable para un cálculo correcto. Estos factores son el valor del determinante de cada elemento, el cual permite saber si se ha creado un volumen negativo, el cual no puede ser computable; y también está el ángulo de cada elemento el cual nos habla de su distorsión.

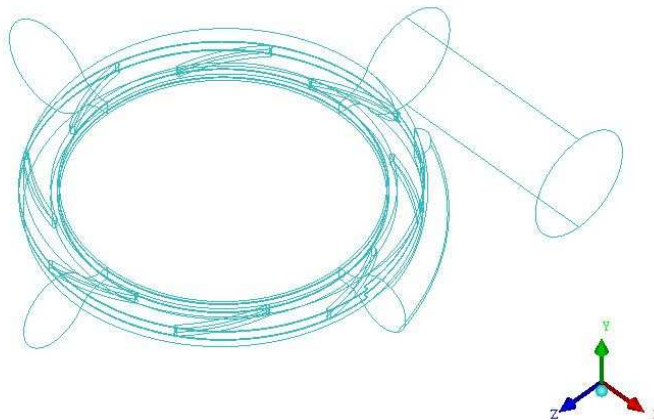
5.1.1 Mallado de la carcasa espiral. La importación a ICEM-CFD desde el programa CAD donde se ha generado la geometría se hace a través del formato genérico IGES. El proceso explícito se muestra en la Fig. 16.

Figura 16. Proceso de importación de archivos para mallado



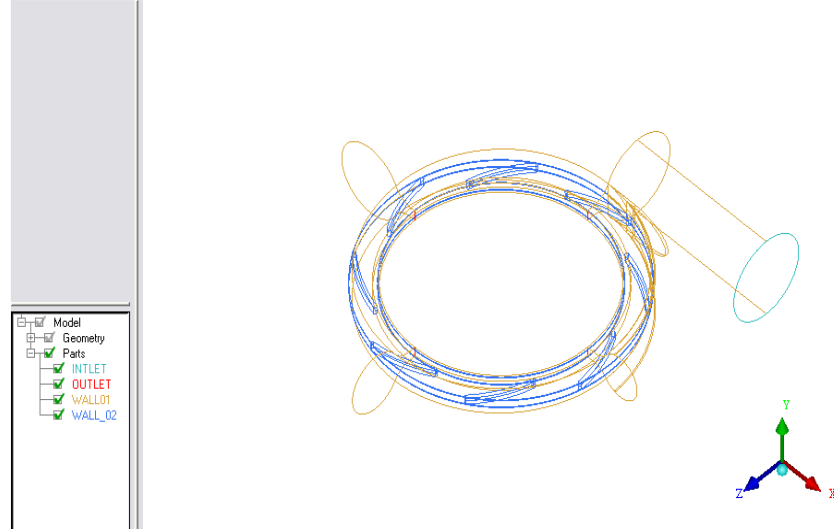
A partir de la geometría siguiente:

Figura 17. Líneas de boceto de la geometría de la carcasa espiral.



Una vez la geometría está en el programa, declaramos las partes que van a ser parte del mallado, es decir, todas las condiciones de frontera que van a ser importantes en el proceso de simulación. En este caso se encuentran la entrada del fluido (Inlet), las paredes (Wall) y las salidas (Outlet).

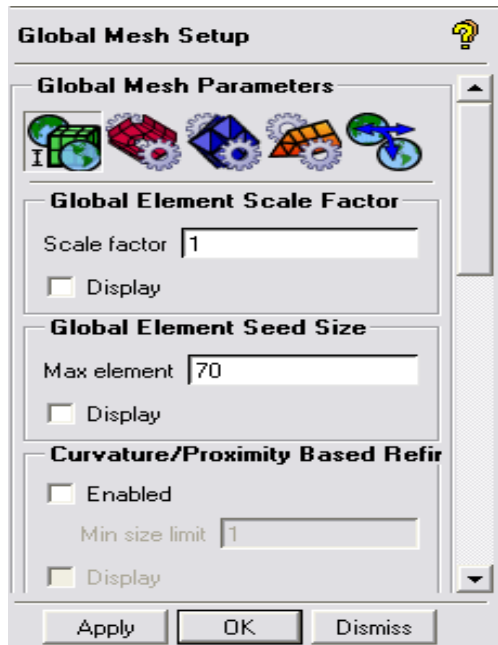
Figura 18. Definición de los dominios de la carcasa espiral.



En la Fig. 18 se puede observar la declaración de cada una de las partes para este caso. A continuación se pasa al proceso de mallado.

El programa permite varias herramientas para el mallado. Permite mallar todo el conjunto completo o también se puede mallar cada una de las partes declaradas en la geometría anteriormente por separado.

Figura 19. Selección del tamaño de los elementos en toda la geometría.



Esta opción nos permite mallar el elemento completo y definirle el tamaño de los elementos de la malla en el cuadro “Global Element Seed Size”. Como se desea mallar en conjunto un total de menos de cuatro millones de elementos, por cada parte más o menos se puede sacar una malla con seiscientos mil nodos. En el cuadro “Global Element Seed Size” debemos ingresar un número cercano a 70, el cual es apropiado. Este número va desde 0 a 100, siendo el 0 el número con mayor cantidad de elementos y 100 con el menor.

La herramienta que se usó en este proyecto fue la segunda, donde podemos declarar que cantidad de elementos debe llevar cada parte declarada en la geometría.

Figura 20. Selección del tamaño de los elementos por cada dominio.

Part	Prism	Hexa-Core	Max Size	Height	Height Ratio	Num Layers
INTLET	<input checked="" type="checkbox"/>		70	0	0	0
OUTLET	<input checked="" type="checkbox"/>		70	0	0	0
WALL01	<input checked="" type="checkbox"/>		70	0	0	0
WALL_02	<input checked="" type="checkbox"/>		17	0	0	0

☒ Show size params using ref size
☐ Apply inflation parameters to curves
☐ Remove inflation parameters from curves

Please Note that Highlighted families have at least one blank field because not all entities in that family have

Apply Dismiss

Aquí se aprecia que todas las partes fueron declaradas con un tamaño de 70, menos el “Wall_02”, el cual forma parte de la pared de los alabes fijos de la carcasa espiral. Esto se hace con el fin de tener un detalle más fino de esa zona en el momento del cálculo.

Una vez hecho todo lo anterior se procede con el mallado del elemento. Para cada elemento los resultados del mallado son los siguientes:

Figura 21. Mallado de la carcasa espiral.

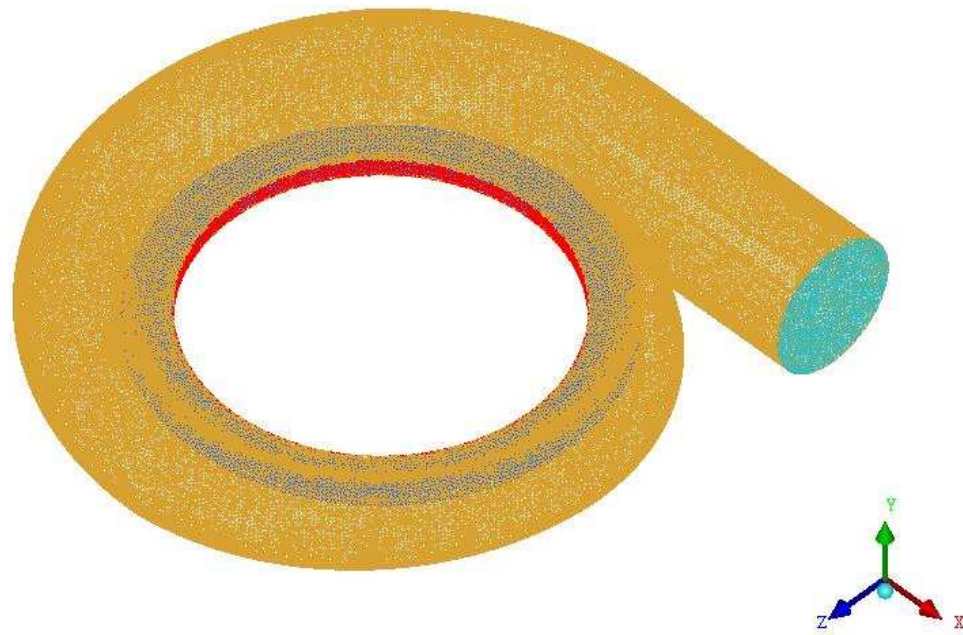


Figura 22. Calidad de la malla (lado izquierdo) y el determinante (lado derecho).

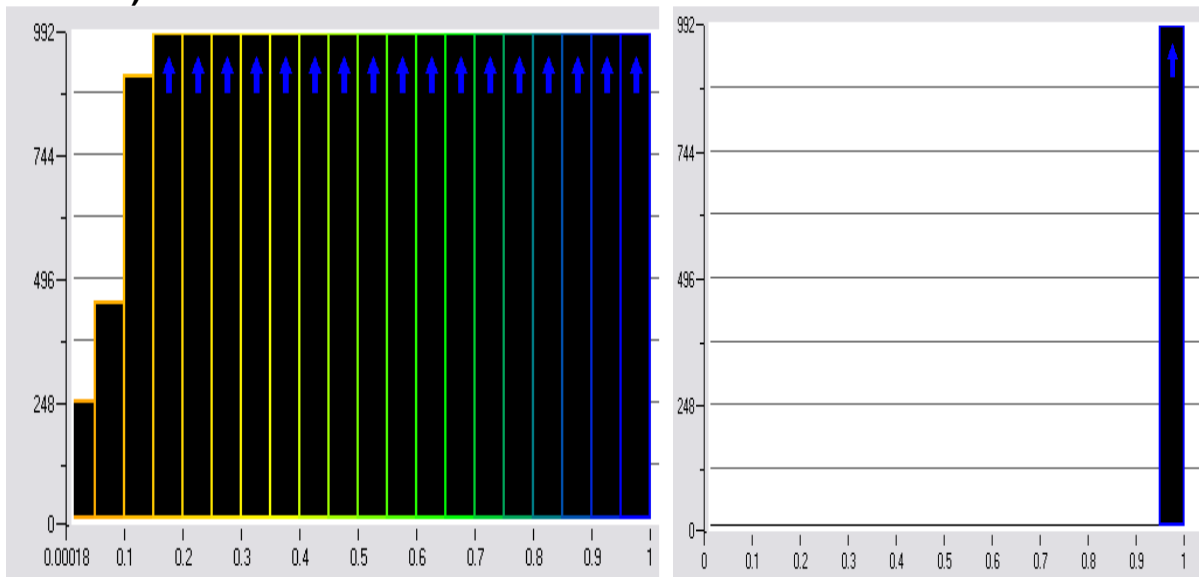
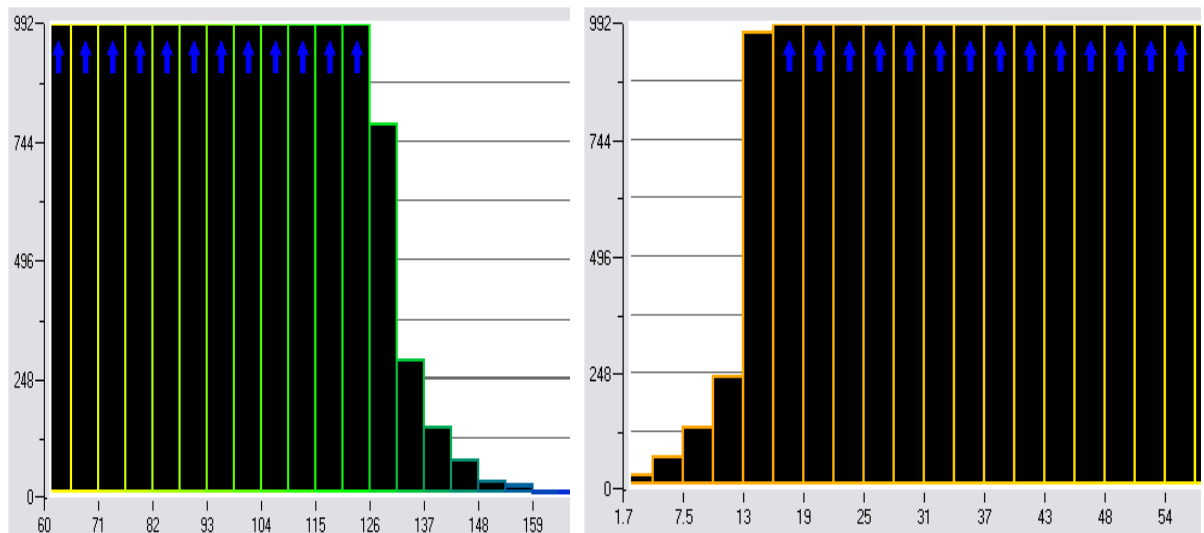
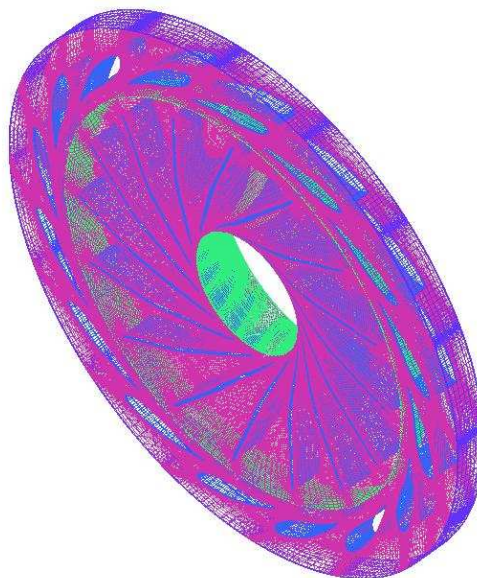


Figura 23. Angulo máximo (lado izquierdo) y mínimo (lado derecho) de las partes de la malla.



5.1.2 Mallado de alabes móviles y rotor. El mallado de alabes móviles y rotor se presenta en la Fig. 24.

Figura 24. Malla del estator y el rotor.



Para esta malla los resultados son

Figura 25. La calidad de la malla (lado izquierdo) y el determinante (lado derecho).

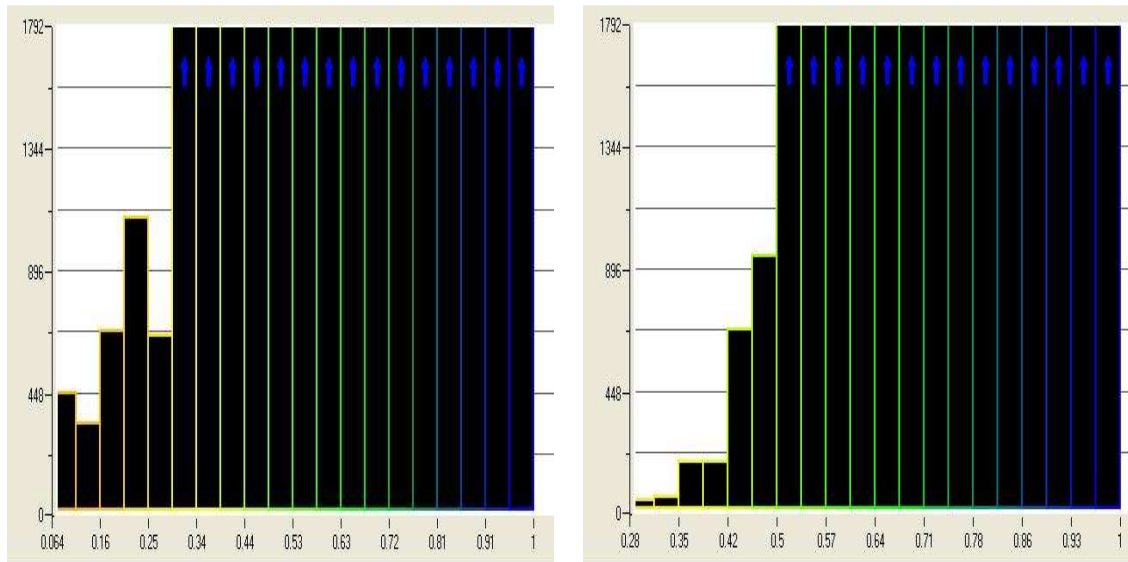
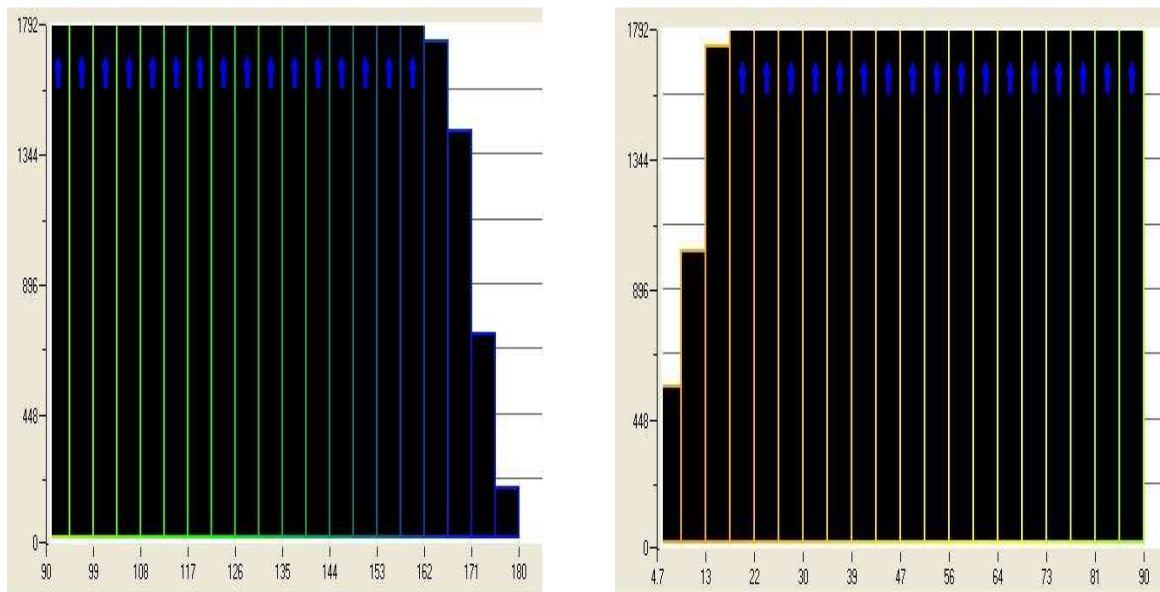
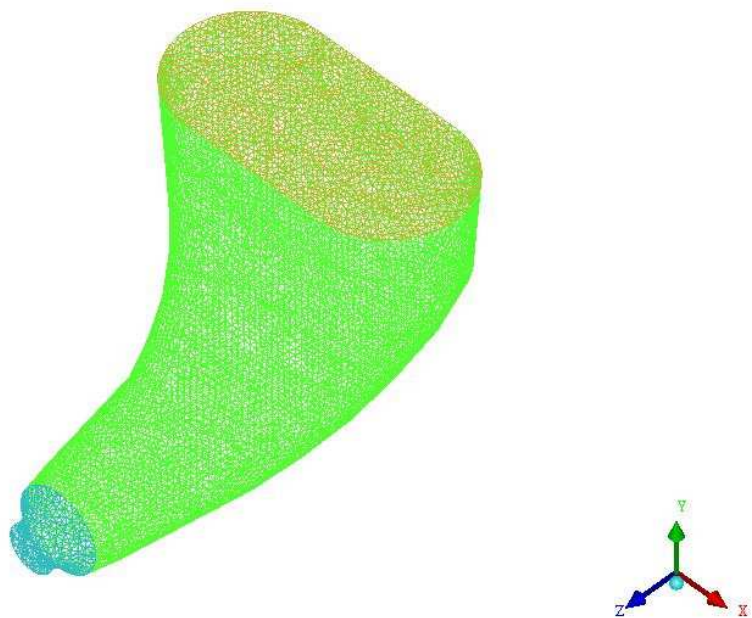


Figura 26. Y el ángulo máximo (lado izquierdo) y mínimo (lado derecho) de las partes de la malla.



5.1.3 Mallado del tubo de aspiración . La malla del tubo de aspiración se puede apreciar en la Fig. 27.

Figura 27. Mallado del tubo de aspiración



Para esta malla los resultados son :

Figura 28. Y el ángulo máximo (lado izquierdo) y mínimo (lado derecho) de las partes de la malla.

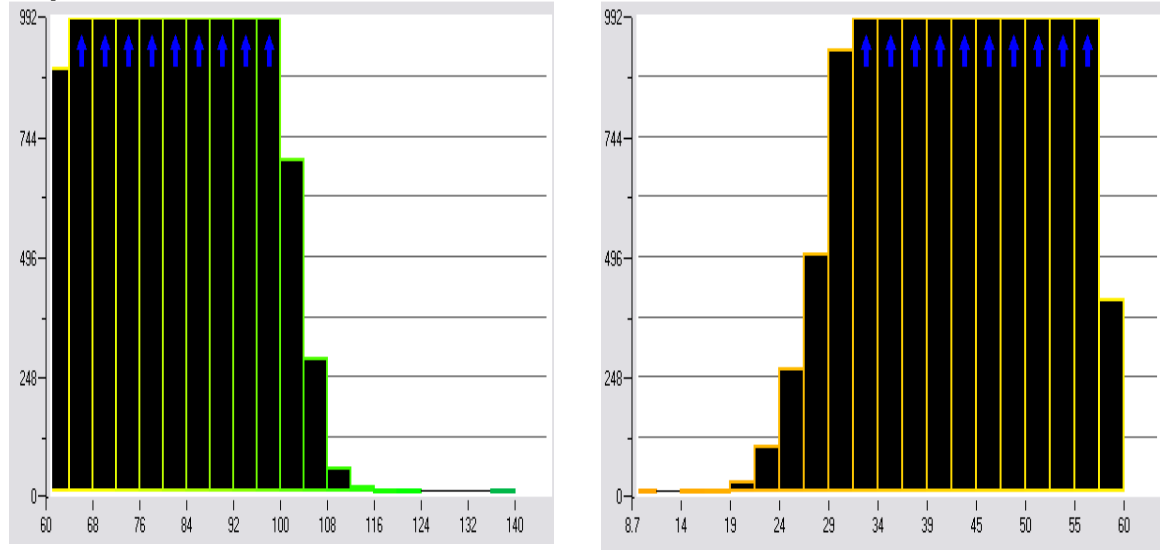
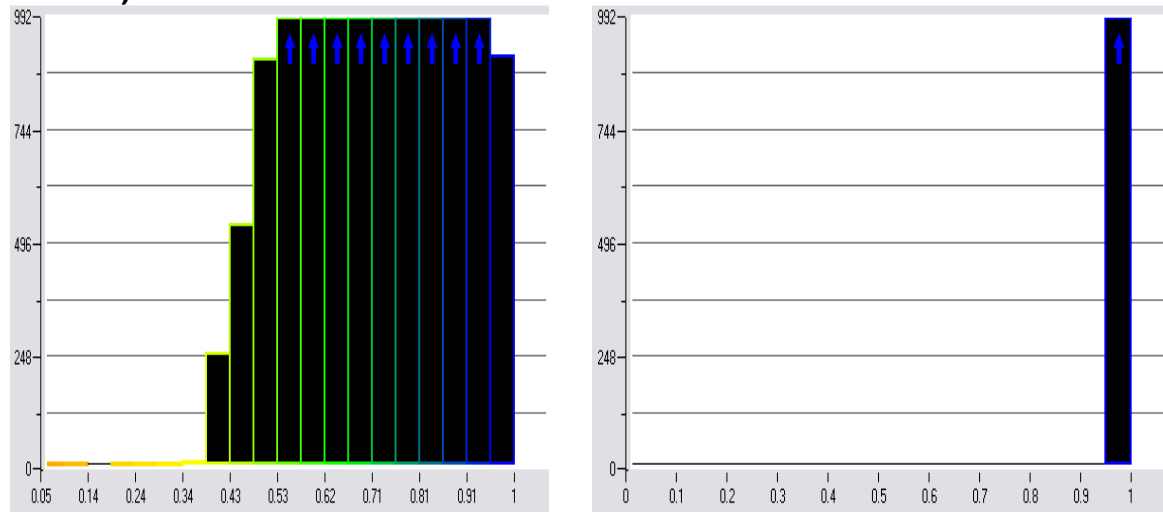


Figura 29. La calidad de la malla (lado izquierdo) y el determinante (lado derecho).



5.2 ETAPA DE PRE-PROCESO

Una vez finalizado el mallado de los diferentes elementos y antes de realizar la simulación en el programa Ansys – CFX, es necesario definir las condiciones de operación de la turbina. Ello se hace a través del módulo de Pre-proceso de Ansys – CFX.

Además, en el preproceso se introducen las expresiones que se evaluarán posteriormente a través de la herramienta llamada “expressions”. Básicamente es un código el cual rige el comportamiento del cálculo en el programa CFX, y nos permite modificar las variables más rápidamente.

Para la entrada en la carcasa espiral se especifica el caudal el cual se tomó inicialmente como 1.01 m³/s. En la creación de dominios para la simulación, existen otras condiciones como la condición de pared (Wall) y cuando presenta un ensamble, como en este caso la condición de Interfase (Interface).

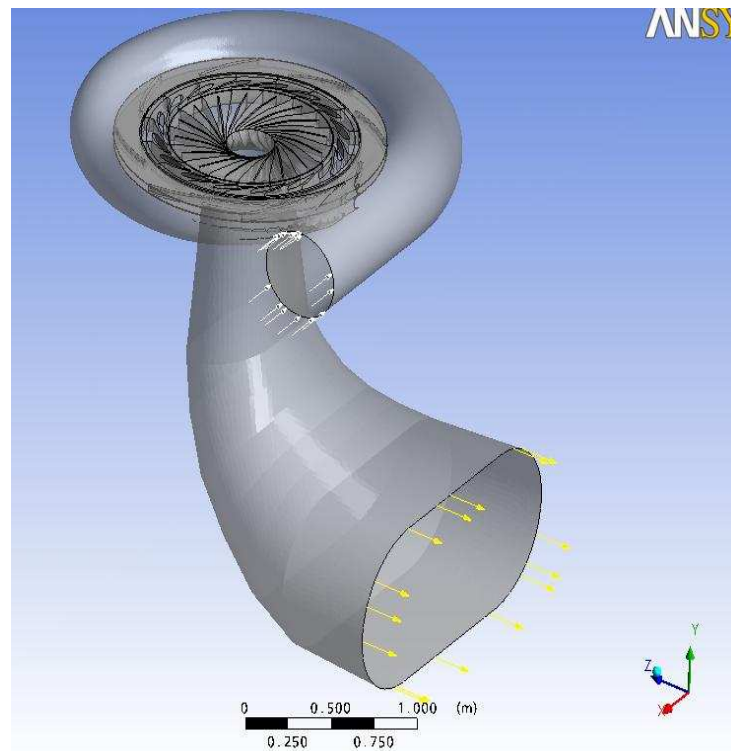
Para la mayor parte del dominio de la carcasa espiral se hizo uso de la condición Wall, el cual comprende todas las paredes del mismo, sin tener en cuenta la entrada ni la salida. Así como el rodete, los álabes directrices y el tubo de aspiración.

La condición de Interfase (Interface) aparece en todas las partes donde se encuentran los dominios, es decir, de la salida de la carcasa espiral a la entrada de los álabes móviles, de la salida de los álabes móviles a la entrada del rodete y de la salida del rodete a la entrada de del tubo de aspiración.

La declaración de todos estos dominios fluidos lo podemos ver de la siguiente manera:

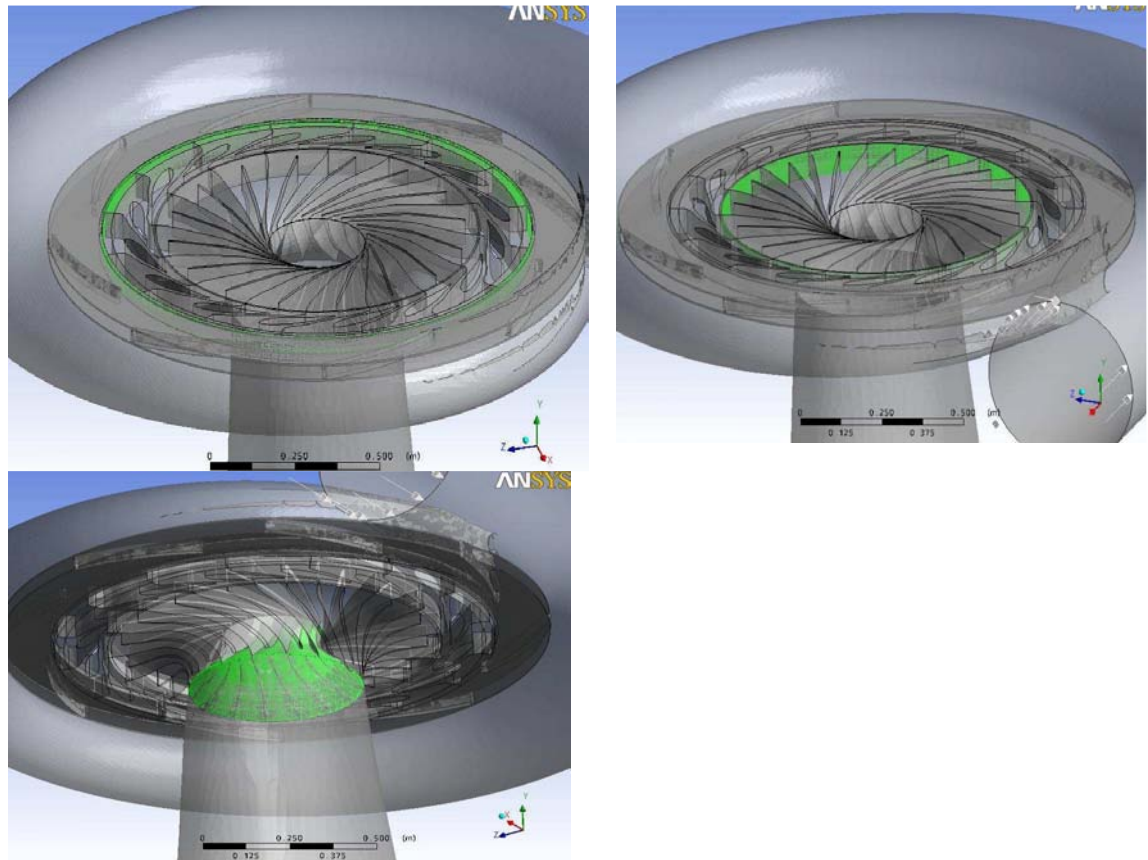
Se crea un dominio general llamado CARACOL donde se va a ingresar cada una de las partes declaradas en la malla hecha en el software ICEM-CFD, como son el Inlet, Outlet, Wall, interfases, etc. Se aprecia de la siguiente manera en la Fig. 30.

Figura 30. Turbina Francis Completa. En el programa de simulación CFX.



Para crear las conexiones entre los componentes de la turbina se hace por medio de las interfases generándose entre la salida de la carcasa espiral y la entrada de los alabes móviles, la salida de los alabes móviles y la entrada del rotor y la salida del rotor y la entrada del tubo de aspiración (Fig. 31).

Figura 31. Declaración y definición de las interfases en la simulación.



El único punto que se toma como Outlet es la salida del tubo de aspiración, que para efectos del cálculo lo tomaremos como 101 Kpa (presión atmosférica), ya que no tenemos el dato exacto del lugar de trabajo.

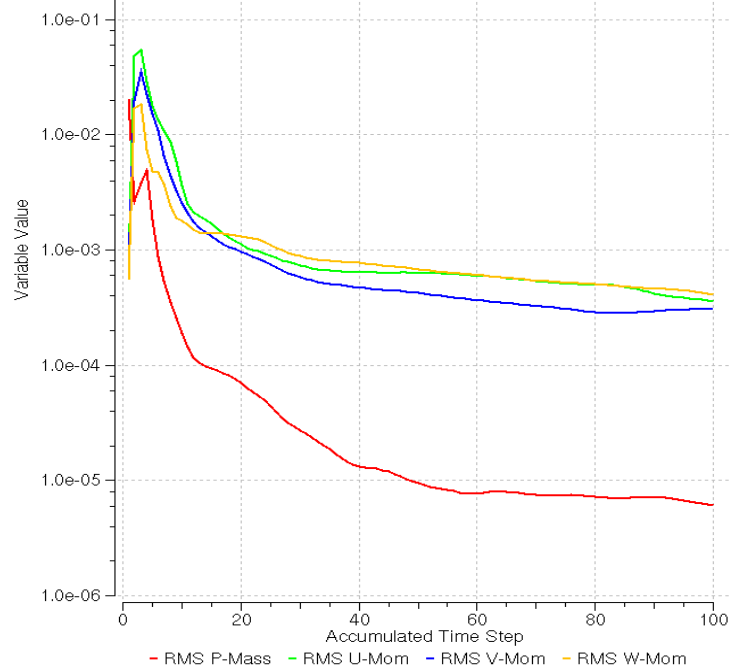
Las interfases se crean de la necesidad de unir varios componentes con el fin de tener un solo dominio. El programa CFX crea una conexión llamada GGI (General Grid Interface) el cual permite conectar diferentes mallas y nodos generando un solo dominio.

5.3 ETAPA DE PROCESO

Durante la etapa de proceso es posible visualizar la convergencia numérica de las diferentes variables monitoreadas en cada paso de tiempo. Por otro lado existen parámetros importantes que deben ser analizados después de obtener un

resultado de una simulación CFD. Estos parámetros equivalen a la gráfica de los residuos de momento y masa mostrada generalmente en el CFX Solver, ilustrando su desarrollo en cada iteración.

Figura 32. Evolución de los residuos de masa y momento



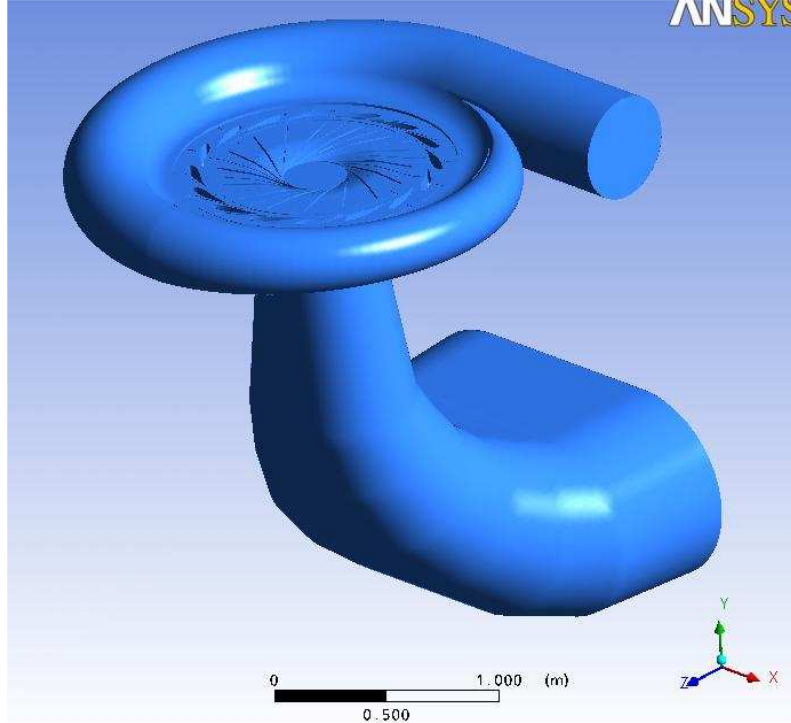
La Figura 32 muestra los residuos de masa y momento para el caso de un caudal $1.01 \text{ m}^3/\text{s}$ generando aproximadamente 0.65 Mw de potencia. En esta gráfica se observa el comportamiento esperado de los residuos en cada iteración mostrando un comportamiento monótono descendente sin presentar alteraciones o comportamientos inusuales durante su desarrollo.

5.4 ETAPA DE POST-PROCESO Y VISUALIZACIÓN DE RESULTADOS

Una vez realizada la simulación, el programa arroja un archivo de extensión *.res, lo cual significa que es el archivo de resultados de la simulación. Este archivo lo podemos analizar en el último módulo del programa llamado CFX-Post.

Sobre el CFX-Post encontramos nuevamente el mallado del ensamble, o de los elementos que fueron parte de la simulación.

Figura 33. Representación de la turbina en el post-proceso



En el CFX-Post aparecen muchas opciones que permiten realizar diferentes tipos de análisis sobre los resultados de la simulación:

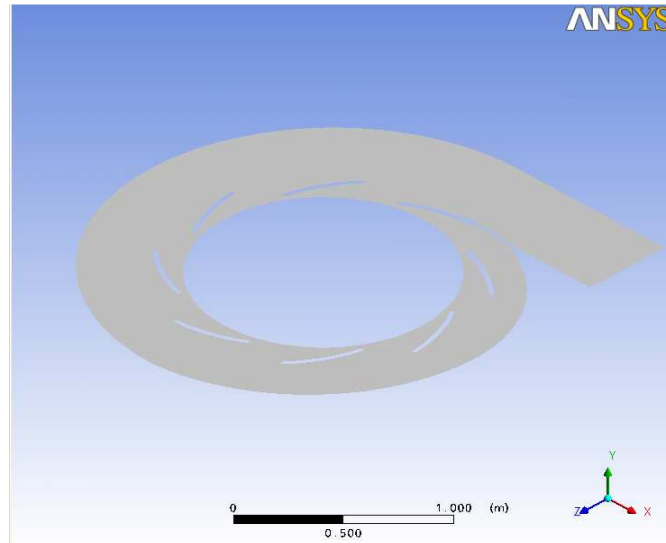
Figura 34. Herramientas para el análisis de resultados



Como muestra el gráfico anterior, podemos crear zonas sobre los elementos como planos, puntos, contornos, etc; con el fin de hacer el análisis más profundo.

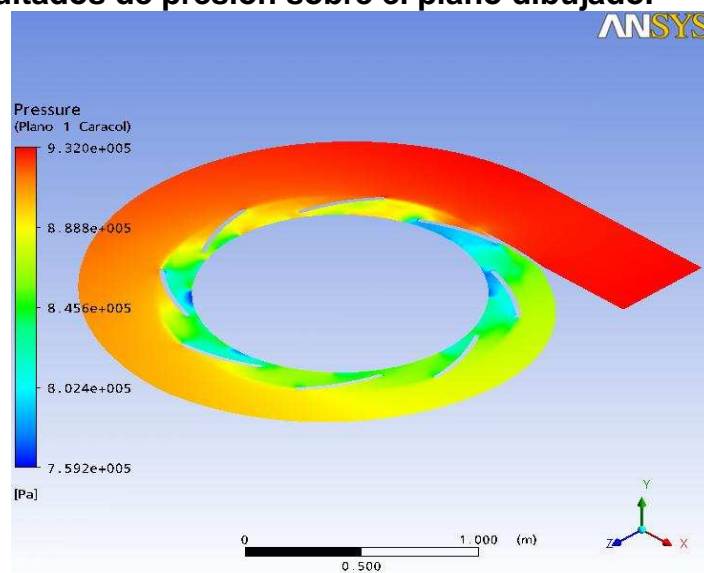
Por ejemplo se va a crear un plano medio sobre la carcasa espiral:

Figura 35. Dibujo de un plano medio sobre la carcasa espiral



Y sobre ese plano podemos observar las diferentes variables como son la presión, la velocidad, la viscosidad y hasta las líneas de corriente del fluido.

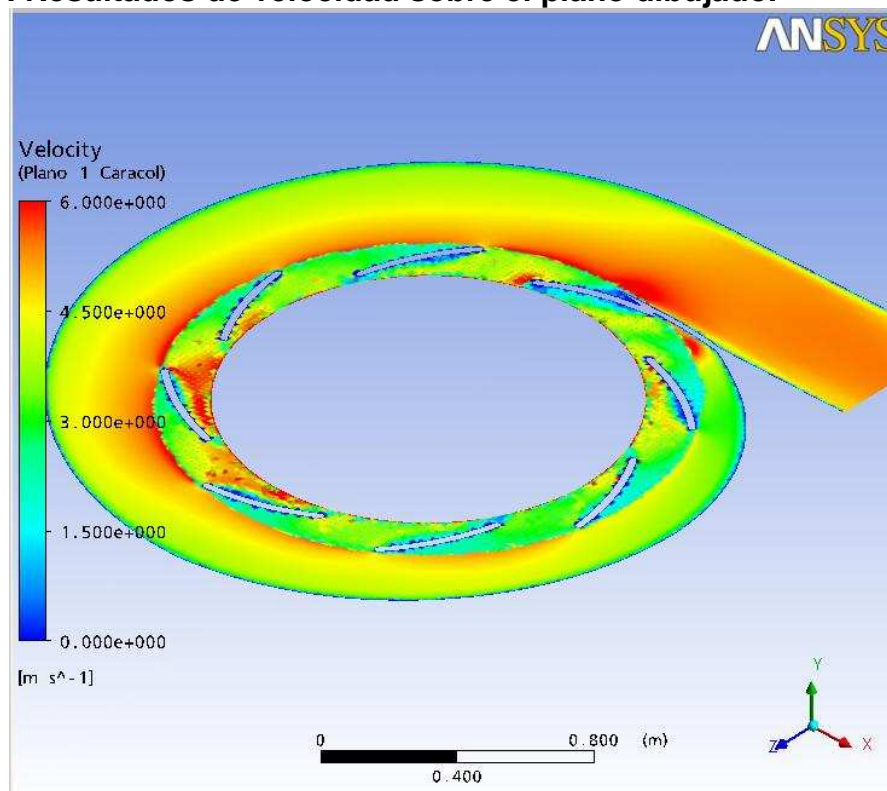
Figura 36. Resultados de presión sobre el plano dibujado.



Los resultados se presentan como una gama de colores como un arco iris que va desde el valor más alto (color rojo) hasta el valor más bajo (color azul). Es decir que el valor de mayor presión se encuentra a la entrada de la turbina (rojo) y el valor de menor presión se encuentra en la parte interior de la carcasa espiral (azul). En este caso los valores están dados en Pascales (Pa), pero el programa nos da la opción de ver los resultados en las unidades que mas convenga ya sea del sistema internacional o del sistema inglés.

Así mismo podemos observar los valores de velocidad en la carcasa espiral.

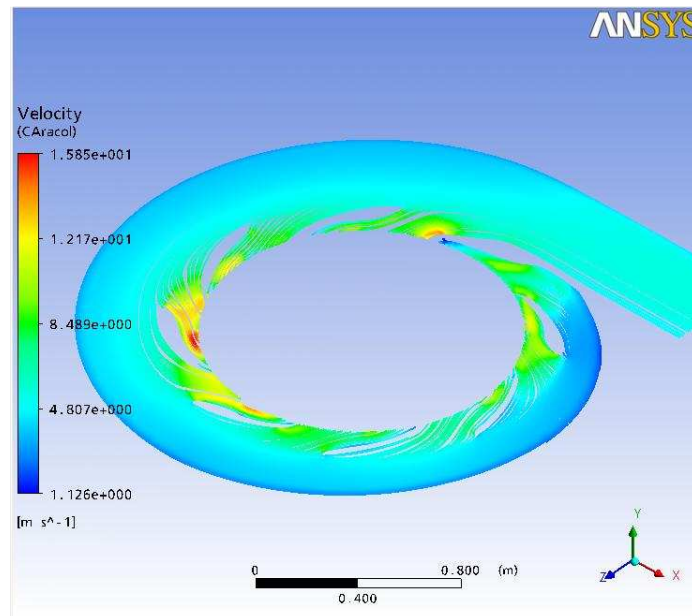
Figura 37. Resultados de velocidad sobre el plano dibujado.



La interpretación de estos resultados son igual que en el caso anterior. Según la barra de colores, los valores mayores de velocidad se encuentran hacia las partes internas del fluido (rojo) y los valores bajos de velocidad están hacia las paredes debido a la fricción (azul).

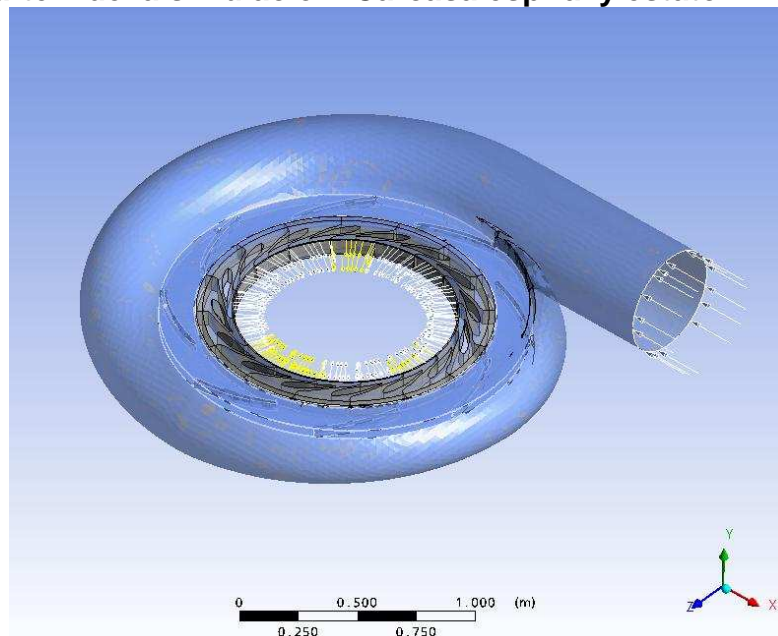
Las líneas de corriente se visualizan en la Fig. 38.

Figura 38. Resultados de velocidad sobre el plano dibujado, incluyendo las líneas de corriente.



Como ya se ha comentado, en este proyecto, con el fin de obtener resultados más reales y mejor aprovechamiento del hardware disponible, se realizó un fraccionamiento de la simulación en 2 etapas. Primero se simuló la carcasa espiral y los álabes directrices:

Figura 39. Parte 1 de la simulación. Carcasa espiral y estator.

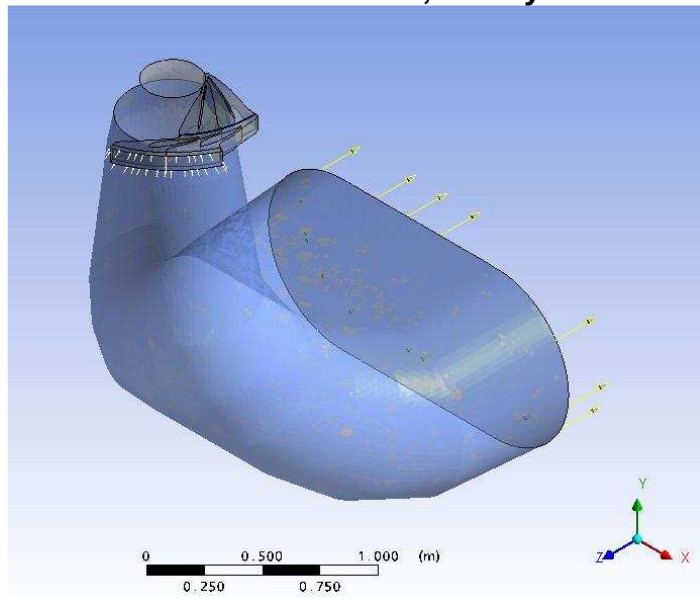


Una vez terminada esta simulación, se deben exportar estos resultados de la interfase del caracol y los álabes directrices e importarlos en la siguiente simulación, que considera los álabes directrices, rotor y tubo de aspiración, de la siguiente manera.

Se crea un grupo de superficies (Surface Group) y en él se van a ingresar las partes de la turbina donde se van a importar los valores más adelante en la siguiente simulación. Como la siguiente simulación va a ser álabes directrices, rotor y tubo de descarga, se puede realizar el estudio, con menor número de álabes directrices y álabes en el rotor para nuevamente aprovechar más los recursos de hardware disponible.

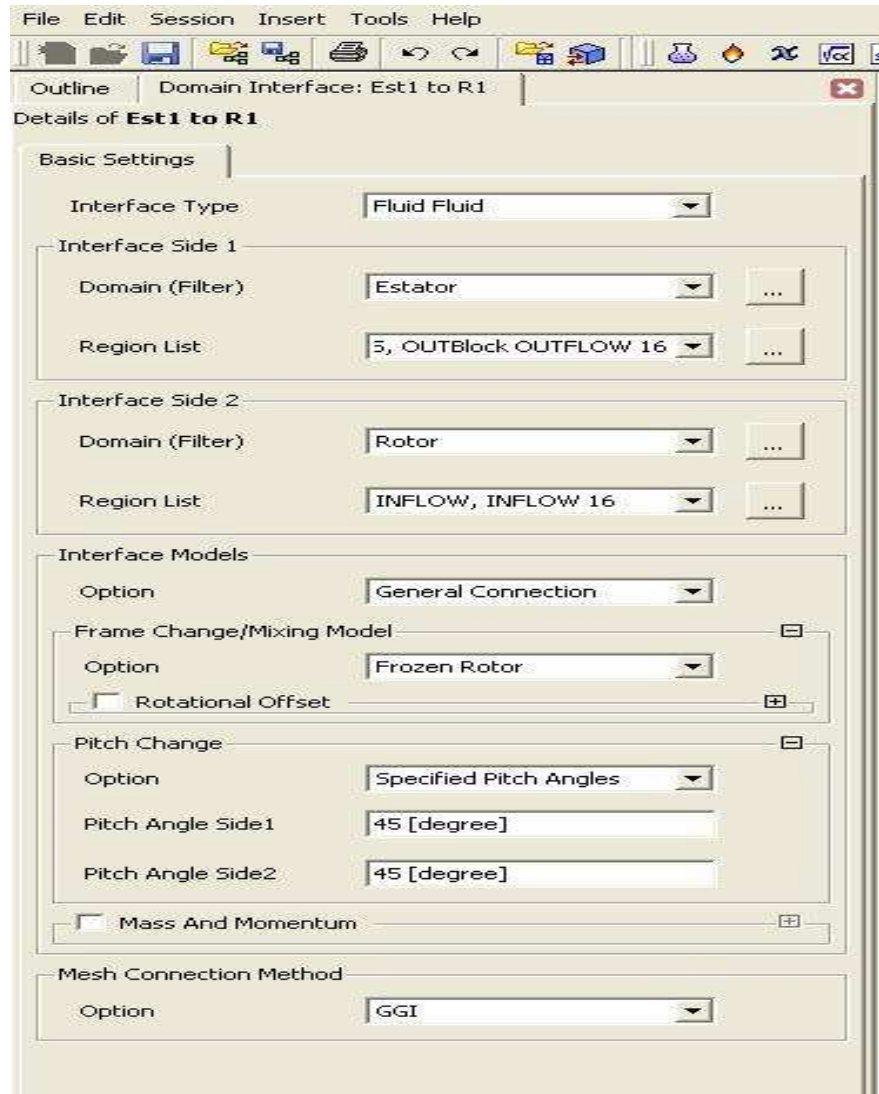
La simulación donde se importan los archivos del resultado anterior considera álabes directrices, rotor, y tubo de descarga.

Figura 40. Parte 2 de la simulación. Estator, rotor y tubo de aspiración



La declaración de variables sobre esta simulación es igual que la anterior (Carcasa espiral – Alabes directrices) solo cambia la forma de declarar las interfases. Como no están completas y existe menos área de contacto, en la interfase de los álabes directrices y del rotor se hace lo siguiente:

Figura 41. Declaración de interfases. Estator – Rotor.

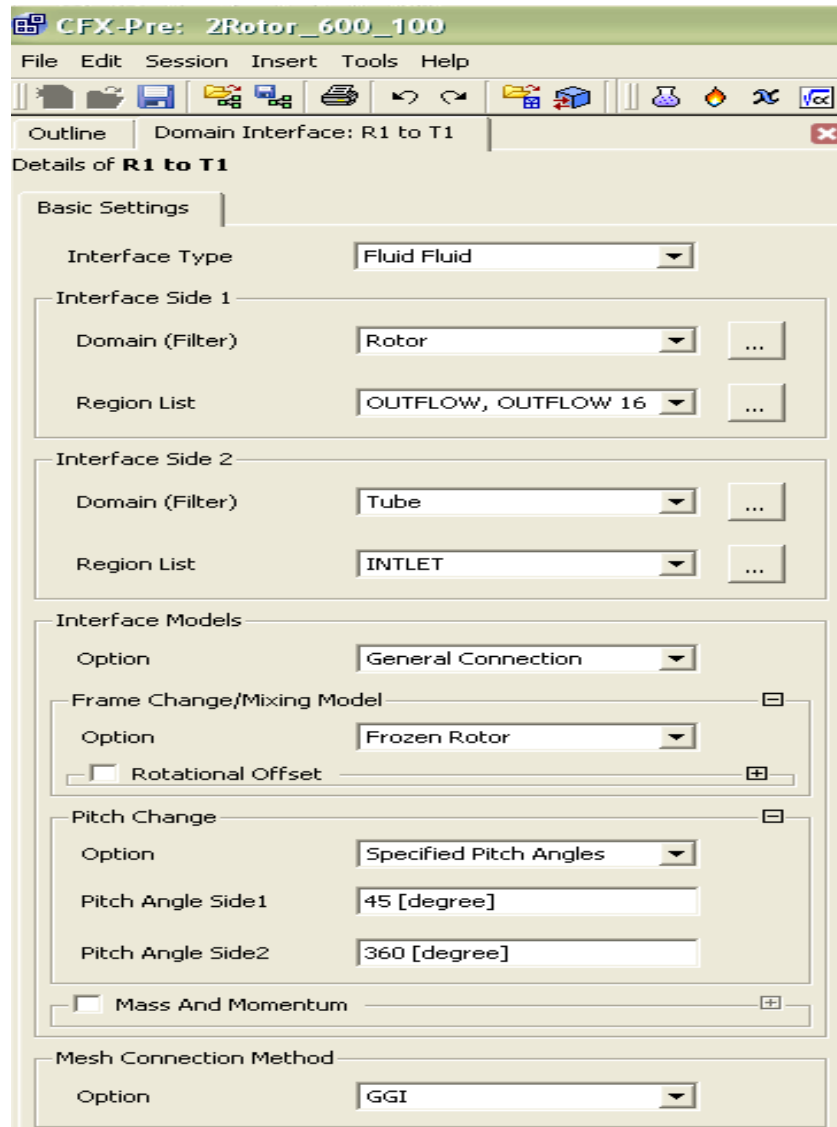


En la región de contacto se declaran en “Region List” los elementos que forman parte de esa simulación. El ángulo de contacto es 45° en ambas partes (alabes directrices y rotor) por que en total son 16:

$$360/16 = 22.5 \text{ por } 2 \text{ (cantidad de alabes en la simulación)} = 45^\circ.$$

Y para la declaración de la interfase entre rotor y tubo de descarga se hace:

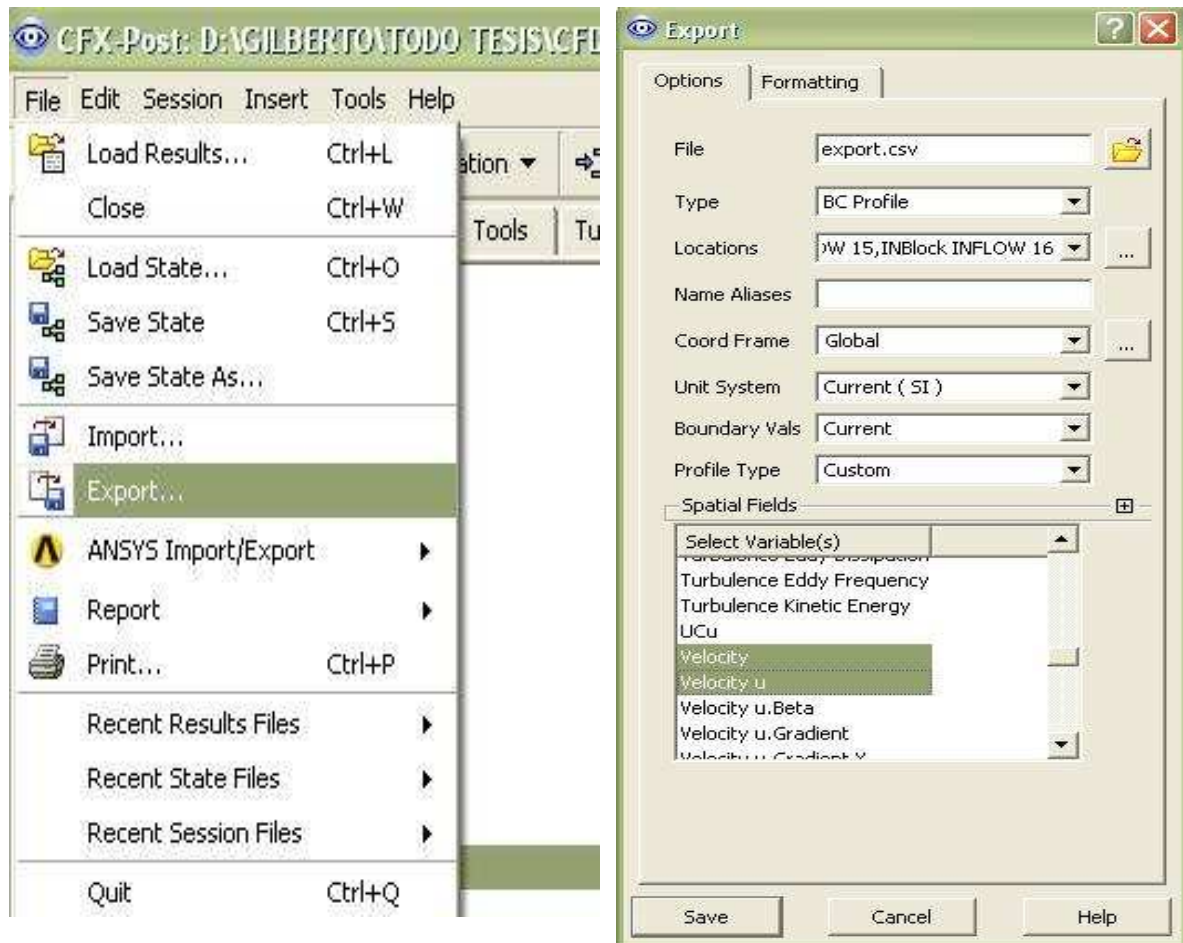
Figura 42. Declaración de interfases. Rotor – Tube.



Para el lado de contacto del rotor es igual que el anterior, pero el lado del tubo sí es completo, por lo tanto se coloca 360°.

Como ya tenemos los nombres de las partes de los álabes directrices a las cuales se van a exportar los datos de entrada de la siguiente simulación, esas mismas partes son las que vamos a seleccionar para exportar los resultados de la simulación anterior (Carcasa espiral – Álabes Directrices):

Figura 43. Exportación de valores en la primera parte de la simulación en el post proceso.

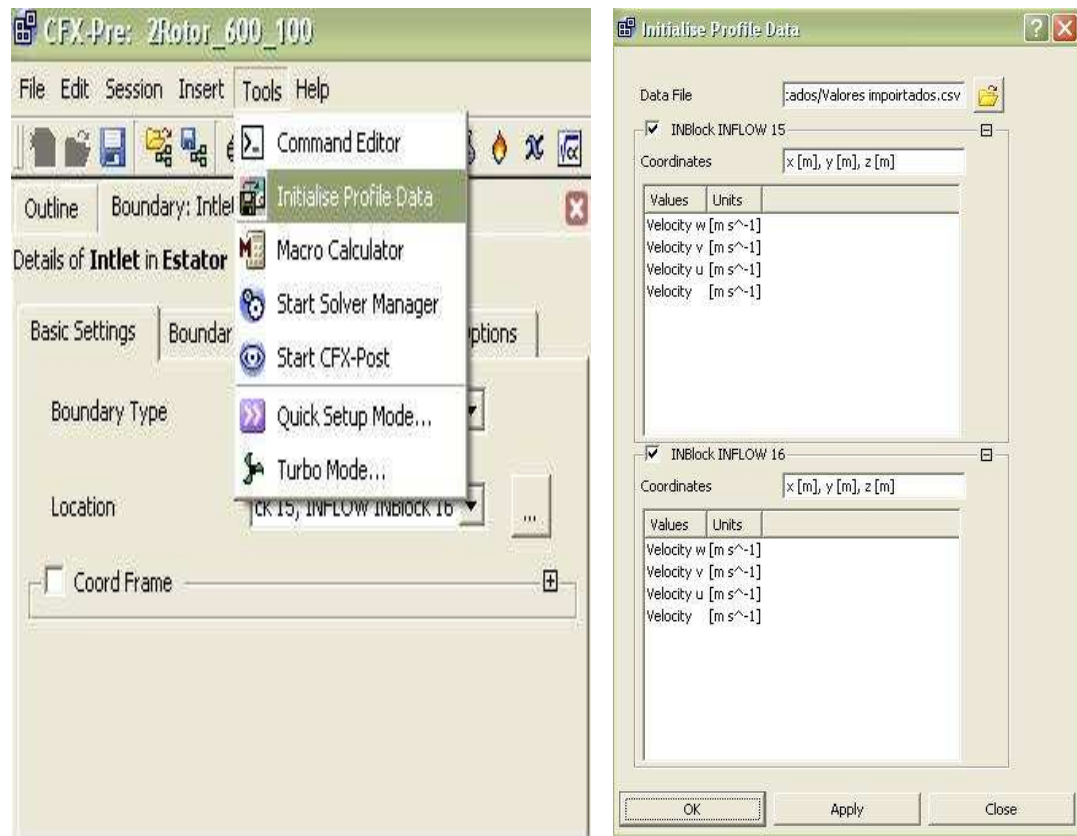


En el post-proceso se selecciona Exportar, se declaran los elementos de la malla de los álabes directrices que van a ser la entrada de la siguiente simulación y el tipo de variable que se quiere ingresar, para este caso será la velocidad y sus vectores (u,v,w).

El programa arroja un archivo de extensión *.csv.

Una vez terminado, se va a la segunda simulación (2 álabes fijos, 2 álabes del rotor y tubo de descarga) y se importan los resultados de la siguiente manera:

Figura 44. Importación de valores en la segunda parte de la simulación.



De este modo quedan los datos ingresados en la simulación y funciona como si no hubiera una partición sino como una simulación completa.

Este mismo proceso se repite para varios valores de caudal considerado que en este trabajo van desde 0.61 a 1.32 m³/s.

6. RESULTADOS

A continuación se expondrán los resultados numéricos obtenidos tanto para la curva característica y el análisis de pérdidas hidráulicas en cada componente como para la eficiencia, potencia, torque e inyección de la cavitación.

6.1 PREDICCIÓN DE LA CURVA CARACTERÍSTICA

La Figura 45 presenta el gráfico de la curva característica obtenida mediante simulaciones numéricas y con la apertura máxima de los álabes directrices. El eje de abscisas de la gráfica equivale al coeficiente adimensional de caudal ϕ y el de ordenadas al coeficiente adimensional de energía ψ .

Figura 45. Gráficos de resultados de los valores adimensionales ψ vs. ϕ .

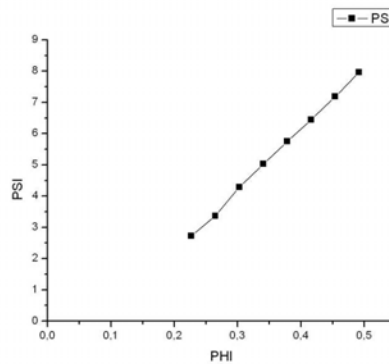
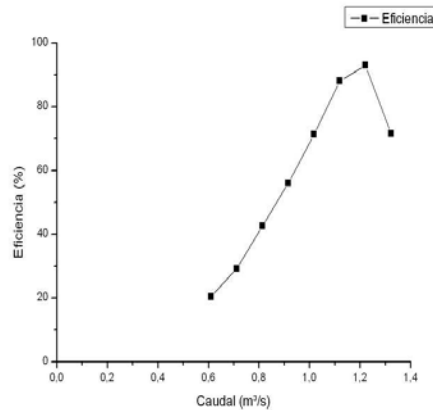


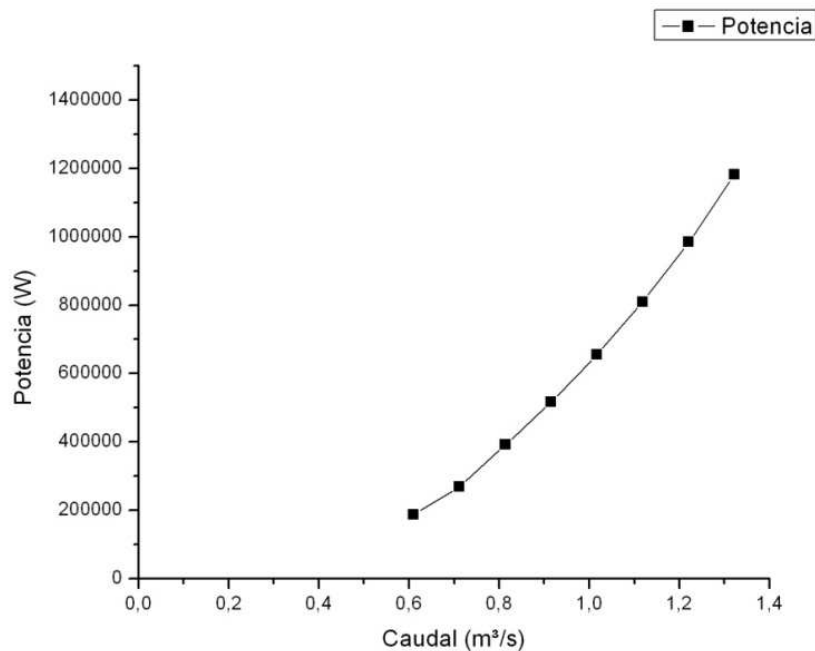
Figura 46. Gráfica de eficiencia frente a caudal



La forma de la curva característica adimensional es prácticamente una recta, con pendiente positiva, típica de las turbinas Francis. El punto nominal nos lo proporciona la curva de eficiencia frente a caudal, el cual resulta ser el punto de caudal $1.22 \text{ m}^3/\text{s}$ para el que la eficiencia es máxima, en este caso $\eta = 93\%$.

Adicionalmente se muestra la gráfica dimensional potencia frente caudal para la turbina virtual (Figura 47) la cual muestra también una forma típica para las turbinas Francis.

Figura 47. Gráfico de potencia vs. Caudal.



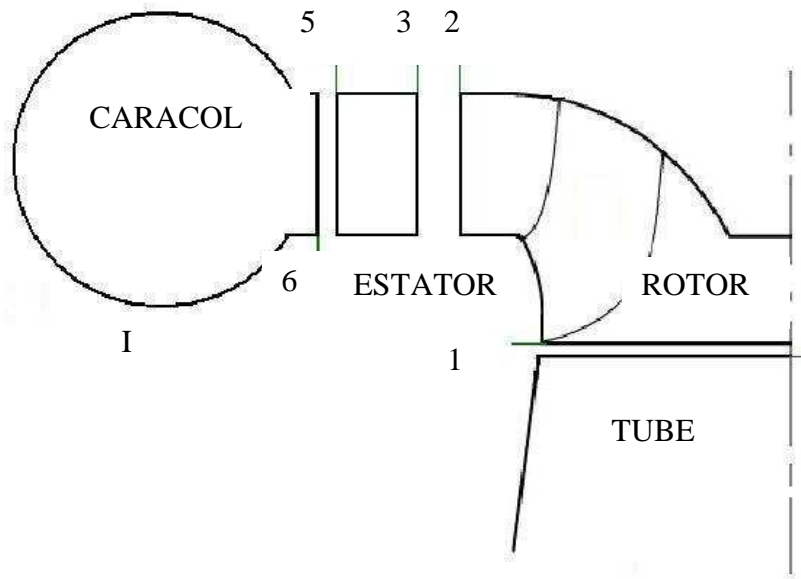
El punto nominal corresponde a una potencia aproximada de 1 Mw, muy cercana a la potencia entregada por la turbina original en su punto nominal. No obstante, el caudal se ha desplazado hacia la derecha, de 1.01 a $1.22 \text{ m}^3/\text{s}$.

Es necesario hacer notar que toda esta información tiene un alto valor cualitativo y cuantitativo, pues gracias a las simulaciones CFD es posible obtener los valores de las variables hidráulicas involucradas en el proceso de generación.

6.2 ANÁLISIS DE PÉRDIDAS

El paso del fluido a través de los componentes genera pérdidas de energía ocasionadas por diferentes fenómenos como las fuerzas viscosas, vórtices y efectos turbulentos. Estas pérdidas energéticas es posible cuantificarlas por medio de las simulaciones numéricas, analizando el paso del fluido por cada componente usando el coeficiente de pérdidas explicado en la sección 6.1.2. Sin embargo, antes de mostrar los resultados obtenidos es necesario ilustrar la notación empleada (Figura 48) con las variables energéticas en cada interfase.

Figura 48. Representación de la división de las partes de la turbina para el análisis de pérdidas.



$$\begin{aligned}E1 &= P1 / (Q1 * \rho) \\E1m &= P1m / (Q1m * \rho) \\E1mt &= P1m / (Q1m * \rho) \\E2 &= P2 / (Q2 * \rho) \\E5 &= P5 / (Q5 * \rho) \\E6 &= P6 / (Q6 * \rho) \\EI &= PI / (QI * \rho)\end{aligned}$$

Estas variables arrojan un valor de energía del fluido que pasa a través de cada sección. Las secciones están diferenciadas por números. El programa los calcula por medio de los valores de caudal (Q) y de potencia (P) en cada una de las superficies de conexión.

Con el fin de poder relacionar las pérdidas en cada elemento con la energía disponible, el denominador de la expresión [6] se fija como el flujo de energía a la entrada de la carcasa espiral. De este modo, el coeficiente ζ se interpreta como el cambio relativo de potencia, respecto de la disponible, experimentado por el fluido en su tránsito por un determinado componente de la máquina y permite hablar del porcentaje de energía perdida por el flujo sin ambigüedad.

La fórmula que nos permite determinar la cantidad de energía perdida en cada elemento en cada una de las secciones es:

$$\% \text{ Pérdidas} = \frac{E_i - E_j}{E_i} \times 100$$

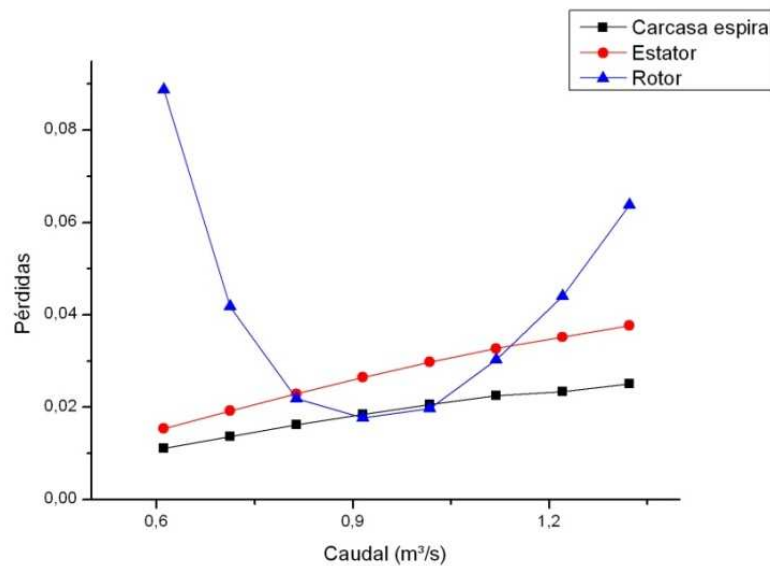
Donde E_i es la energía disponible a la entrada de la carcasa espiral y los subíndices i y j hacen referencia a la entrada y la salida del elemento, respectivamente.

A partir de los valores recopilados de cada una de las simulaciones, se puede calcular la cantidad de energía perdida por efectos viscosos en cada uno de los elementos de la turbina así como en cada interfase, es decir, entre los elementos. La única salvedad hay que hacerla en el caso del rodete donde, para encontrar la energía perdida, se debe sustraer la energía transferida al rotor, la cual se calcula inmediatamente a partir de la potencia mecánica obtenida para la turbina en el punto de operación correspondiente. Las pérdidas en cada elemento, para cada caudal, se presentan en la Tabla 3 y se representan gráficamente en la Figura 49.

Tabla 3. Valores de pérdida de energía para cada componente de la turbina para cada valor de caudal.

Caudal [m ³ /s]	Pérdida rodete	Pérdida Carcasa espiral	Pérdida Estator
0,61038	8,9%	1,1%	1,5%
0,71211	4,2%	1,4%	1,9%
0,81384	2,2%	1,6%	2,3%
0,91557	1,8%	1,8%	2,6%
1,01730	2,0%	2,1%	3,0%
1,11903	3,0%	2,2%	3,3%
1,22076	4,4%	2,3%	3,5%
1,32249	6,4%	2,5%	3,8%

Figura 49. Gráfico de Perdidas en todos los elementos.



La forma de las curvas de pérdidas en cada uno de los elementos es la esperada para turbinas Francis. Es de destacar la forma parabólica de las pérdidas en el rotor indicando que para bajos caudales las pérdidas son mayores que para caudales más elevados, debido al desalineamiento entre el flujo emergente de los álabes directrices y los álabes del rodete. Por otro lado, las pérdidas en cada elemento son relativamente pequeñas pues en ningún caso superan el 5%.

Adicionalmente, la metodología desarrollada permite calcular el efecto de las interfases entre los elementos en la energía del flujo. Las pérdidas en las interfases se calculan igual que en las pérdidas de los elementos, con la diferencia

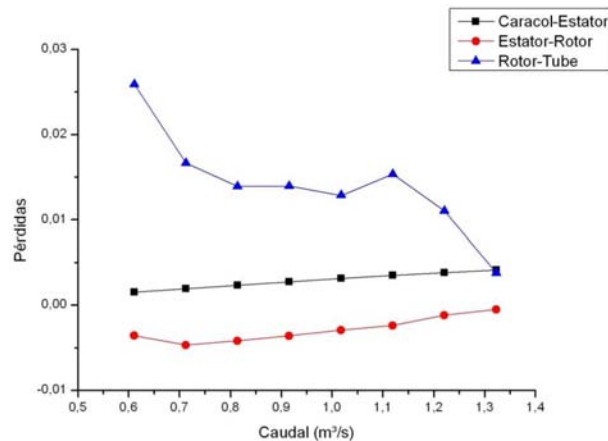
de que la energía se evalúa a ambos lados de la interfase. Es necesario hacer notar que los cambios de energía en las interfases son efectos únicamente numéricos debidos al solapamiento de diferentes mallas en dichas áreas. Los resultados de los cambios de energía en las interfases se muestran en la Tabla 4.

Tabla 4. Valores de pérdida de energía para cada interfase en la turbina para cada caudal.

Carcasa espiral –Estator	Estator-Rotor	Rotor-Tubo	Caudal [m ³ /s]
0,15%	-0,36%	2,59%	0,61038
0,20%	-0,47%	1,67%	0,71211
0,24%	-0,42%	1,39%	0,81384
0,28%	-0,36%	1,40%	0,91557
0,32%	-0,29%	1,28%	1,01730
0,35%	-0,24%	1,53%	1,11903
0,38%	-0,12%	1,10%	1,22076
0,41%	-0,05%	0,38%	1,32249

Obsérvese como existe un imbalance energético en todas las interfases implicando que en ellas se pierde (valores positivos) o se gana (valores negativos) energía. En este caso concreto en la interfase estator – rotor existe una ganancia relativa de energía y la interfase rotor – tubo de descarga es la que presenta una mayor diferencia de energía. De nuevo es necesario resaltar que éste es un efecto puramente numérico. La Figura 50 presenta de forma gráfica los resultados de la Tabla 1.4.

Figura 50. Gráfico de pérdidas entre interfases.



6.3 ESTIMACIÓN DE LA CAVITACIÓN INCIPIENTE

El efecto de cavitación, como ya se mencionó anteriormente, consiste en la generación de burbujas de vapor dentro de la turbina debido a la presencia de una baja presión dentro del flujo. Para poder analizarlo en el post proceso, se debe incluir en las expresiones de la simulación unas variables encargadas de medir la presencia de la cavitación en función de κ . Esta variable se define en la ecuación (64) en función del coeficiente adimensional de caudal φ y el valor adimensional de la Energía Neta de Succión Positiva (NPSE), ψ_c definidas en (65). La presencia de cavitación viene indicada por valores $\kappa < 1.8$.

Dado que los coeficientes adimensionales de flujo y energía dependen del punto, κ constituye un campo escalar. Para reducir la búsqueda de cavitación nos remitimos a los valores mínimos de κ en cada una de las simulaciones.

Tabla 5. Valores κ mínimos para cada valor de caudal.

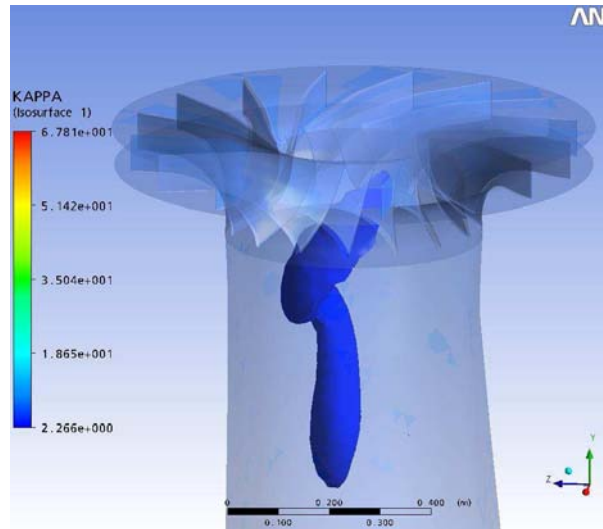
CAUDAL [m ³ /s]	κ mínimo
0,61038	21,135
0,71211	14,544
0,81384	9,547
0,91557	6,514
1,01730	4,488
1,11903	3,266
1,22076	2,266
1,32249	1,458

La Tabla 5 nos indica que en el único punto donde existiría cavitación sería el correspondiente al mayor caudal, 1.32 m³/s, lo cual correspondería a una situación de sobrecarga. Este hecho también es típico para turbinas Francis.

En las figuras siguientes se ilustran isosuperficies de κ indicando que las zonas de cavitación incipiente se encuentran en el tubo de descarga.

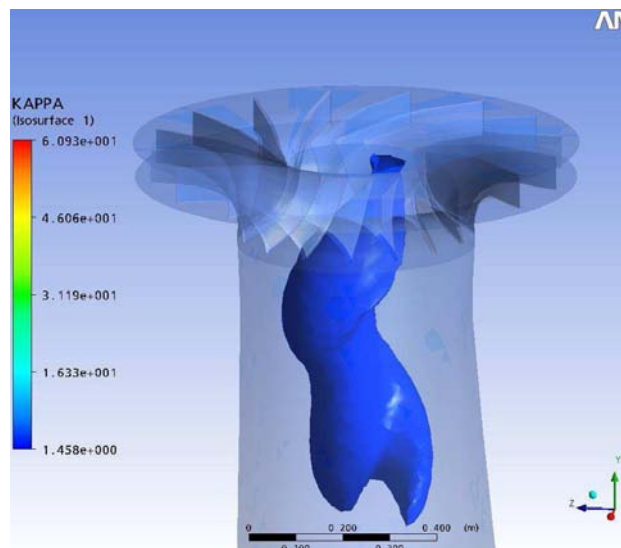
Las figuras 48 y 49 muestran la topología de las isosuperficies de $\kappa = 3.4$ para los caudales de 1.22 y 1.32 m³/s, siendo mayor en el segundo caso y proporcionando una idea del flujo a la salida del rotor.

Figura 51. Representación de la variable κ con valor de 3.4, para un caudal de 1.22 m³/s.



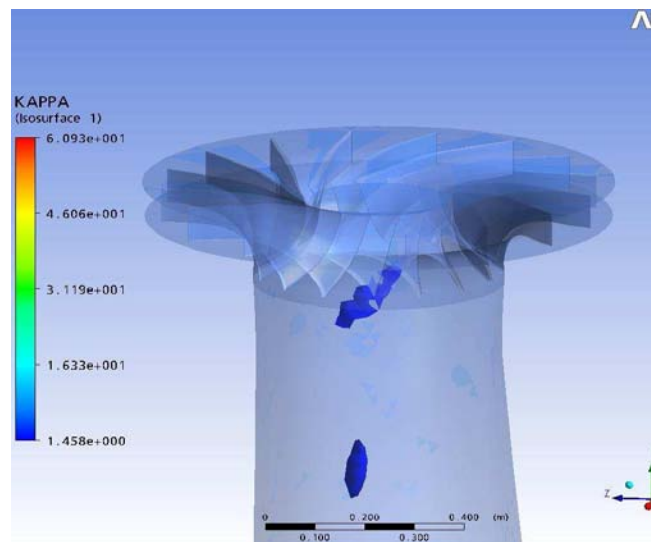
Se observa que para un caudal de 1.22 m³/s los valores de κ están siempre por encima de 1.8 ya que el valor mínimo es de 2.266. En este caso la turbina virtual no presentaría cavitación.

Figura 52. Representación de la variable κ con valor de 3.4, para un caudal de 1.32 m³/s.



En el caso del caudal de $1.32 \text{ m}^3/\text{s}$ el valor mínimo de κ es 1.48 por lo que el análisis indirecto de inyección de la cavitación sería positivo. La Figura 53 muestra la isosuperficie de valores de $\kappa = 1.8$.

Figura 53. Representación de la variable κ con valor de 1.8, para un caudal de $1.32 \text{ m}^3/\text{s}$.



Las zonas de presencia de cavitación se muestran claramente en el gráfico anterior. Son los cuerpos azules que están a la salida del rotor y el comienzo del tubo de descarga y más adelante en una parte más avanzada del tubo.

Los altos valores de κ para caudales bajos no deben sorprender pues en esas condiciones los valores de velocidad del flujo en el interior de la turbina son menores que para caudales más altos. En estas condiciones, y dado que los efectos de primer orden en el flujo en la turbina tienen un origen potencial, la ecuación de Bernoulli nos dice que las presiones en el campo fluido van a tender a aumentar por lo que va a ser más improbable la aparición de cavitación que para condiciones de sobrecarga.

7. CONCLUSIONES

En este trabajo se ha detallado la metodología a seguir en las simulaciones estacionarias del flujo en el interior de una turbina Francis. Con el fin de mantener el costo computacional moderado y a la vez obtener una precisión razonable en la descripción de los fenómenos más relevantes, en vez de discretizar toda la máquina, lo cual requeriría un número ingente de nodos fuera del alcance actual, las simulaciones estacionarias se han dividido en dos. En la primera simulación se pretende validar el flujo en la cámara espiral con el fin de obtener un buen perfil de velocidades entre el distribuidor y la cámara espiral que sirve como condición de frontera de entrada para la segunda simulación. Esta segunda simulación está encaminada a determinar la curva característica de la turbina utilizando una configuración reducida de dos álabes para el distribuidor y dos para el rodete, la cual es idéntica a la periodicidad de la máquina.

La metodología expuesta fue aplicada a una turbina Francis virtual, en el sentido de que la cámara espiral, distribuidor y rodete corresponden a una turbina en explotación en la ciudad de Cali, pero el tubo de aspiración (para el cual no se disponía de los planos) fue adaptado de otra turbina similar. De este modo fue posible determinar la curva característica (hill chart) para la apertura máxima de los álabes directrices, en términos de los coeficientes adimensionales de caudal y energía (Figura 47), así como encontrar la energía disipada en cada componente: cámara espiral, distribuidor y rodete, variable que únicamente puede determinarse numéricamente. Adicionalmente se construyó la curva característica potencia frente a caudal y las curvas de eficiencia permitiendo identificar el punto nominal de funcionamiento de la turbina virtual. Adicionalmente, con un método indirecto, se determinó la cavitación incipiente en la turbina, la cual aparece para el mayor caudal considerado de $1.32 \text{ m}^3/\text{s}$, en condiciones de sobrecarga.

En resumen, el presente trabajo ha puesto de manifiesto la adecuación de las simulaciones numéricas para determinar los parámetros de funcionamiento de una turbina Francis, las cuales pueden ser utilizadas como un centro de ensayos virtual para la optimización de componentes y acceder a información experimentalmente no alcanzable.

BIBLIOGRAFÍA

Computational fluid dynamics software is being used by researchers to accurately simulate the position and pressure fluctuations of a draft tube rope in a hydro plant [en línea]. Reino Unido: Water Power And Dam Construction. [consultado 15 de Agosto de 2008]. Disponible en Internet: <http://www.waterpowermagazine.com/story.asp?storyCode=2029899>.

FATSIS, A.; PIERRET, S., y VAN DEN BRAEMBUSSCHE, R.: Three-Dimensional Unsteady Flow and Forces in Centrifugal Impellers with Circumferential Distortion of the Outle Static Pressure. En: Journal of Turbomachinery, 1997. Vol. 119, p. 94-102.

BYSKOV, R.K., JACOBSEN, C.B., PEDERSEN, N. Flow in a centrifugal pump impeller at design and off-design conditions. Part ii: large eddy simulations. En: Journal of Fluids Engineering. 2003, vol. 125, no. 1, p. 73-83.

Contornos Cerrados [en línea]: Maquinaria Hidráulica. Concepción, Chile: Universidad Católica de la Santísima Concepción, 2005. [consultado 30 de Septiembre de 2008]. Disponible en Internet: www.ucsc.cl/~mvillagran/maquinaria%20Hidraulica.doc.

HILLEWAERT, K., y VAN DEN BRAEMBUSSCHE, R.A. Numerical Simulation of Impeller-Volute Interaction in Centrifugal Compressor. En: Journal of Turbomachinery. 1998, 1999, vol. 121, no. 3, p. 603-608.

SHI, F. y TSUKAMOTO, H. Numerical Study of Pressure Fluctuations Caused by Impeller-Diffuser Interaction in a Diffuser Pump Stage. En: Journal of Fluids Engineering. September 2001. Vol, 123, no. 3, p. 466.

ANEXOS

Anexo A. Implementación de variables para el cálculo de potencia y pérdidas hidrodinámicas

LIBRARY:

CEL:

EXPRESSIONS:

```
Alnlet = 0.179203222082974 [m^2]
CAUDAL = massFlow()@Intlet*zb/nb/rho
CuRot = -Velocity in Stn Frame u * yGlobal / r + Velocity in Stn Frame v *
xGlobal / r
CuSnt = -u * yGlobal / r + v * xGlobal / r
D1 = -massFlowInt(UCu)@C1 to Mo1 Side 1/ rho
D2 = -massFlowInt(UCu)@C1 to Mo1 Side 2/ rho
D5 = -massFlowInt(UCu)@ Es1 to R1 Side 2/ rho
D6 = -massFlowInt(UCu)@ Es1 to R1 Side 1/ rho
Dl = -massFlowInt(UCu)@Intlet/ rho
DTimeAngle = 360 [deg] / DTimeNr
DTimeFr = 1.0 [rad] /abs(omega)
DTimeNr = 360
DTimeTrn = 1 [rev] / DTimeNr/abs(omega)
Dm1 = -massFlowInt(UCu)@ R1 to T1 Side 1/ rho
Dm2 = -massFlowInt(UCu)@ R1 to T1 Side 2/ rho
Dml = -massFlowInt(UCu)@ Outlet / rho
E1 = P1 / (Q1 * rho)
E1m = P1m / (Q1m * rho)
E2 = P2 / (Q2 * rho)
E5 = P5 / (Q5 * rho)
E6 = P6 / (Q6 * rho)
ECar = Ecar/EI
ECarEst = Ecarest/EI
EEst = Eest/EI
EEstRot = Eestrot/EI
EI = PI / (QI * rho)
ERef = 0.5 * (omegaDL * R1me) ^ 2
ERotTub = Erottub/EI
Ecar = PmCar/(Q*rho)
Ecarest = PmCarEst/(Q*rho)
Eest = PmEst/(Q*rho)
Eestrot = PmEstRot/(Q*rho)
Ef = 1-abs((Pm-PT)/PT)
Eprot = PmRot/(Q*rho)
Erod = (omegaDL*R1me)^2/2
Erottub = PmRotTub/(Q*rho)
```

$\text{Eta} = P_m / P_h \mid m1$
 $\text{Eta} \mid 1m = P_m / P_h \mid m1$
 $K_{\text{vap}} = (\Phi_c) / \Phi^2$
 $\text{NPSH} = ((P_{\text{abs}} + P_a) / \rho - P_{\text{vap}} / \rho - g \cdot h_s)$
 $P1 = \text{massFlowInt}(\text{ptotstn}) @ \text{Est1 to R1 Side 2} / \rho / \text{nb} \cdot z_b$
 $P1m = -\text{massFlowInt}(\text{ptotstn}) @ \text{R1 to T1 Side 1} / \rho / \text{nb} \cdot z_b$
 $P1mt = \text{massFlowInt}(\text{ptotstn}) @ \text{R1 to T1 Side 2} / \rho$
 $P2 = -\text{massFlowInt}(\text{ptot}) @ \text{Est1 to R1 Side 1} / \rho / \text{nv} \cdot z_v$
 $P5 = 1.0 \cdot \text{massFlowInt}(\text{ptot}) @ \text{C1 to Est1 Side 2} / \rho$
 $P6 = -1.0 \cdot \text{massFlowInt}(\text{ptot}) @ \text{C1 to Est1 Side 1} / \rho$
 $P1 = 1.0 \cdot \text{massFlowInt}(\text{ptot}) @ \text{Intlet} / \rho$
 $PT = 920000 [\text{W}]$
 $P_a = 0.87 [\text{atm}]$
 $P_{\text{abs}} = \text{Total Pressure in Stn Frame}$
 $P_h \mid m1 = P1 - Pm1$
 $\Phi = Q / (\pi \cdot \omega_{\text{DL}} \cdot R1_{\text{me}}^3)$
 $\Phi_c = \text{NPSH} / \text{Erod}$
 $P_m = (\text{torqueROT}) \cdot \omega_{\text{DL}} \cdot z_b / \text{nb}$
 $P_{\text{mCar}} = P1 - P6$
 $P_{\text{mCarEst}} = P6 - P5$
 $P_{\text{mEst}} = P5 - P2$
 $P_{\text{mEstRot}} = P2 - P1$
 $P_{\text{mRot}} = P1 - P_m - P1m$
 $P_{\text{mRotTub}} = P1m - P1mt$
 $\Psi_{2m1} = (E2 - E_{m1}) / E_{\text{Ref}}$
 $\Psi_{1m1} = (E1 - E_{m1}) / E_{\text{Ref}}$
 $\Psi_{R52} = (E5 - E2) / E_{\text{Ref}}$
 $\Psi_{R65} = (E6 - E5) / E_{\text{Ref}}$
 $\Psi_{R16} = (E1 - E6) / E_{\text{Ref}}$
 $P_{\text{vap}} = 3754 [\text{Pa}]$
 $Q = Q_{\text{BEP}} \cdot Q_{\text{Star}}$
 $Q1 = \text{massFlow}() @ \text{R1 to T1 Side 2} / \rho$
 $Q1m = -\text{massFlow}() @ \text{R1 to T1 Side 1} / \rho / \text{nb} \cdot z_b$
 $Q2 = \text{massFlow}() @ \text{Est1 to R1 Side 1} / \rho / \text{nv} \cdot z_v$
 $Q5 = 1.0 \cdot \text{massFlow}() @ \text{C1 to Est1 Side 2} / \rho$
 $Q6 = -1.0 \cdot \text{massFlow}() @ \text{C1 to Est1 Side 1} / \rho$
 $Q_{\text{BEP}} = 0.99 [\text{m}^3 \text{s}^{-1}]$
 $Q1 = 1.0 \cdot \text{massFlow}() @ \text{Intlet} / \rho$
 $Q_{\text{Star}} = 1.0$
 $Q_o = Q / z_v$
 $R1_{\text{me}} = 0.238835 [\text{m}]$
 $\text{RCuRot} = -\text{Velocity in Stn Frame } u \cdot y_{\text{Global}} + \text{Velocity in Stn Frame } v \cdot x_{\text{Global}}$
 $\text{RCuStn} = -u \cdot y_{\text{Global}} + v \cdot x_{\text{Global}}$
 $\text{UCuStn} = \omega_{\text{DL}} \cdot (-u \cdot y_{\text{Global}} + v \cdot x_{\text{Global}})$


```

VInlet = Q/AInlet
ca = w
cm = sqrt(cr*cr+ca*ca)
cr = u * xGlobal / r + v * yGlobal / r
cuRot = -Velocity in Stn Frame u * yGlobal / r + Velocity in Stn Frame v *
xGlobal / r
cuSnt = -u * yGlobal / r + v * xGlobal / r
hs = 2 [m]
nb = 2
nv = 2
omega = 600 [rev min^-1]
omegaDL = omega / 1.0 [rad]
rho = 997 [kg m^-3]
torqueROT = torque_y()@ Rotor Wall + torque_y()@ Rotor wall alabe
zb = 16
zv = 16
END
END
END

```